NIVEL PRIMARIO 2018

ANEXO 4: Matemática

La enseñanza de la escritura matemática desde la resolución de problemas

Presentación

En jornadas anteriores nos hemos ocupado de reflexionar sobre la lectura y la escritura en las diferentes áreas. Específicamente en el área de Matemática, los diversos abordajes planteados fueron dispuestos para que el colectivo docente pudiera apropiarse y llevar a discusión con colegas sobre cómo estos saberes, contribuyen con la mejora de los aprendizajes de los estudiantes.

En esta Tercera Jornada seguiremos ocupándonos de la escritura Matemática enfocándonos en la escritura colectiva producida por los estudiantes con el propósito de explicar procedimientos que pueden generalizarse a nuevas situaciones problemas. Para ello el punto de partida está en el enfoque que proponen los Materiales Curriculares jurisdiccionales, la resolución de problemas para la construcción de nuevos saberes. En las Orientaciones Didácticas (2015:36) se lee:

> Iniciar a los niños y niñas en el trabajo matemático implica tomar decisiones acerca de su posible camino. Uno de ellos, y que ha tomado fuerza en los últimos años con los aportes de la didáctica de la matemática, es enseñar a través de la resolución de problemas. Es decir, ir construyendo las nociones matemáticas a medida que se resuelven problemas acordes a su recorrido escolar y a sus conocimientos disponibles. Estas dos últimas condiciones influyen en la selección de qué problema o grupos de problemas se propondrán para trabajar, entendiendo que problema es una situación que cuestiona los conocimientos disponibles y que los vuelve insuficientes para resolver la situación, pero que debe dejarles ensayar algún camino de resolución.

Esto implica que, para aprender Matemática, es necesario no sólo resolver problemas, sino también confrontar y comprender procesos propios de resolución con los de los pares, debatir con ellos, analizar una producción en relación con la otra, argumentar el propio punto de vista y, del mismo modo, cuestionarlo. Asimismo, involucra reconocer nuevos conocimientos y relacionarlos con los que ya sabe llegando a producir textos con información matemática, entre pares y/o en forma colectiva, avanzando en el uso de vocabulario específico.

La propuesta de incluir situaciones de escritura en las clases de Matemática supone que el proceso de escritura favorece la transformación de conocimientos. Por ello, en esta oportunidad nos centraremos en

la escritura para explicitar, reorganizar y sistematizar lo aprendido desde la resolución de problemas en el campo de los números racionales. El trabajo con dicho campo numérico se inicia en el primer Ciclo y continúa aún en la enseñanza Secundaria, cuestión ésta que hace necesaria una atención particular a la enseñanza de los problemas con números racionales.

Cuando hablamos de escritura en Matemática sabemos que la misma está conformada por diferentes tipos de textos: coloquiales, simbólicos, gráficos, dibujos, tablas, diagramas, entre otros. También sabemos que el tratamiento de los números racionales comprende varios de estos formatos de escritura y que los números fraccionarios y decimales presentan cierta complejidad propia de la naturaleza y del significado de esos números. En particular, es parte de este Anexo, la escritura de procedimientos de resolución de problemas con números fraccionarios desde un contexto extramatemático hacia un contexto intramatemático.

En las Orientaciones Didácticas de los Materiales Curriculares de Matemática (2015: 38) expresan sobre los contextos de enseñanza de las nociones matemáticas:

> La enseñanza de las nociones matemáticas puede darse en dos grandes contextos: extramatemático e intramatemático. Trabajar en ellos, resolviendo problemas, hace que las nociones matemáticas tengan sentido, ya que el contexto y la situación demandarán un cierto trabajo matemático, que es complejo lograrlo fuera de esos contextos. Por ello deben ser significativos para los alumnos, es decir estar dentro del campo de su entendimiento y de sus experiencias sociales previas
>
> A modo de ejemplos: ¿en qué contextos puede ser útil presentar y trabajar las fracciones? El uso de las fracciones tiene sentido en contextos de medición (longitud, peso, capacidad y tiempo), reparto y partición. Referidos a ellos es coherente decir y escribir “1/2 kg de helado”, “Una gaseosa de dos litros y cuarto”, “5 metros y medio de elástico”, “son las siete menos cuarto”, “le toca a cada uno, un entero y un cuarto”, entre otros.
>
> Pero, hacer cuentas, ¿es equivalente a trabajar problemas en el contexto intramatemático? Este interrogante nos interpela a reflexionar sobre la idea de que ésta puede apuntar a afianzar el dominio de una técnica o constituirse en un buen problema. Para ello es necesario que la actividad planteada sobre las cuentas permita que establezcan “nuevas relaciones” o se descubran “nuevos conceptos” y no se trate de ejercitar una sucesión fija de pasos. En este sentido es importante alternar momentos de trabajo en contextos extra e intramatemáticos.

En esta presentación hemos recuperado varios conceptos matemáticos, algunos tomados de jornadas anteriores y otros de los Materiales Curriculares. Este recorrido nos permitirá comprender la importancia que tiene que los estudiantes escriban en Matemática, no con la intención de cumplir con una demanda del docente sino porque estamos convencidos que los procesos de escritura afianzan la conceptualización matemática. En particular nos ocuparemos del proceso de escritura posterior a la

resolución de los problemas, partimos del supuesto de que el conocimiento se transforma en las situaciones de escritura ligadas al proceso de institucionalización1.

Para este momento de trabajo hemos considerado los siguientes **objetivos**:

- ✓ Reflexionar sobre la escritura de los estudiantes, para explicitar procedimientos que permitan sistematizar lo aprendido.
- ✓ Analizar/reflexionar sobre los problemas que pueden ser insumo para que los estudiantes pongan en funcionamiento procesos complejos de pensamiento.
- ✓ Identificar y acordar algunos acuerdos a tener en cuenta, en instancias de institucionalización de la escritura de procedimientos como un acercamiento a la generalización de saberes matemáticos.

La enseñanza de la Matemática a través de la escritura colectiva

Inés Sancha en su tesis, dirigida por Claudia Broitman, sobre la escritura que producen los estudiantes de escuela primaria en Matemática, indaga cómo producen textos explicativos en forma colaborativa, donde los productores y receptores de dichos textos son los propios alumnos.

La indagación se realiza a través de la implementación de una secuencia de situaciones de enseñanza de un contenido matemático, los números racionales en su expresión fraccionaria, en una sección de 5° año de Nivel de Educación Primaria. En ella se presentan distintos momentos de resolución de problemas, de intercambio oral acerca de las resoluciones, así como también instancias de explicitación, reorganización y sistematización de conocimientos en situaciones de lectura y escritura diferentes. Se incluyen situaciones de escritura individual, en parejas y colectiva, situaciones de lectura de estas escrituras para recuperar la información y situaciones de revisión y reescritura, todas ellas vinculadas al proceso de institucionalización de los conocimientos matemáticos que circularon en la clase durante la resolución previa de problemas.

> La escritura en la resolución de problemas matemáticos constituye un punto de apoyo para la propia acción, para controlar los pasos intermedios, para elaborar conjeturas en el proceso de producción, para comprobar los resultados, y a la vez, permite dejar huella para la comunicación a otros y para la conservación de los conocimientos elaborados. El quehacer matemático involucra determinar la validez de las conjeturas producidas en el proceso de resolución, es decir, recurrir a conocimientos matemáticos para decidir si una afirmación, una relación o un resultado son o no válidos y bajo qué condiciones. Elaborar e interpretar conjeturas sobre los objetos matemáticos a partir de los problemas y las interacciones a propósito de los mismos, ayuda a tomar conciencia y objetivar las ideas que se van elaborando. Se trata de explicitar los modelos implícitos, los supuestos subyacentes a los procedimientos de resolución utilizados para hacer frente a un problema nuevo. La escritura hace posible registrar las conjeturas que se van

[1] *La consideración "oficial" del objeto de enseñanza por parte del alumno y del aprendizaje del alumno por parte del maestro, es un fenómeno social muy importante y una fase esencial del proceso didáctico: ese doble reconocimiento constituye el objeto de la institucionalización.* (Brousseau, 1988:74)

produciendo y guardar memoria de ellas. Al pasar de lo implícito a lo explícito por escrito se requiere considerar el campo de validez de esas ideas y se impone la necesidad de determinar las limitaciones de los conceptos. Poner en palabras obliga a reorganizar el pensamiento y hacerlo a través de la escritura permite además revisar y volver sobre esas conjeturas. (Broitman y Torres, 2007)

Además el estudio de los números racionales, presentan un cambio fundamental, ya que el funcionamiento de los números fraccionarios, en particular, supone una ruptura esencial con relación a los conocimientos acerca de los números naturales. La representación de una fracción por ejemplo, necesita de dos números naturales, los números no tienen siguiente, la multiplicación no puede en todos los casos[2], ser interpretada como una suma reiterada ya que en muchos casos el producto de dos números es menor que cada uno de los factores, el resultado de una división puede ser mayor que el dividendo. Como ocurre con otros conceptos matemáticos, los números racionales tienen diferentes sentidos, algunos más usuales que otros:

- como resultado de un reparto y quedar ligado al cociente entre naturales, por ejemplo, problemas donde el resto de la división se puede seguir repartiendo: *Se reparten 17 chocolates entre 4 niños, todos reciben la misma cantidad. ¿Cuánto chocolate le toca a cada uno?*
- ser el resultado de una medición y que nos remita establecer una relación con una unidad, por ejemplo: *Dado un segmento de 12 cm, dibuja otro segmento que mida la tercera parte de éste.*
- compongan una cantidad a partir de otras expresadas en fracciones, por ejemplo: *Se sabe que 5 chicos es 1/4 del grupo clase de 4to grado, ¿cuántos son los alumnos de ese grado?*
- fracción de una cantidad, por ejemplo: *Los estudiantes de cuarto grado son 20, solo 1/4 de ellos viven en el barrio de la escuela, ¿cuántos estudiantes viven en el barrio de la escuela?*
- ser la forma de indicar la relación entre las partes que forman un todo, por ejemplo: *Juan se sirvió un tercio de una pizza y Gerardo el resto. Entre ambos comieron una pizza completa, ¿qué parte comió Gerardo?*

Actividad 1

La secuencia mencionada en la indagación inicia con un problema similar al siguiente problema de reparto:

Julio compró 3 chocolates para repartir en partes iguales entre él y 3 amigos, y que no sobre nada. ¿Cuánto chocolate come cada uno?

Les proponemos:

a) Resolver el problema con algún procedimiento que estime utilizarían los estudiantes.
b) ¿A cuál de los sentidos de las fracciones atiende el problema?
c) Pensando en un momento de discusión, posterior a la resolución, sobre las diferentes formas de expresar una misma cantidad, ¿cuáles serían las posibles intervenciones docentes que orientan la exposición de los estudiantes?

[2] Salvo en los casos en que se multiplica un número natural por una fracción.

d) En la indagación comentada, los estudiantes produjeron una escritura colectiva donde explicitaron argumentos sobre la equivalencia entre diferentes expresiones de la misma parte, ¿qué escritura, en relación al problema presentado, suponen que los estudiantes plasmarían en un afiche que van a dejar en el aula para recordar en otras situaciones similares?
e) Sabemos que en las producciones de escritas es probable encontrar errores conceptuales, ponerlos en palabras para proponer su corrección requiere de la explicitación y cierta reorganización de los conocimientos del autor y de quienes revisan esa escritura. En un trabajo de escritura y reescritura de procedimientos o definiciones matemáticas los estudiantes son quienes escriben, revisan y re-escriben y el docente quien interviene para orientar dichas producciones. Los mismos estudiantes, como revisores, suelen reconocer los errores, pero no siempre pueden ponerlos en palabra. En función de lo expresado, expliciten algunas intervenciones que permitan acompañar esa re-escritura recuperando el error como parte del proceso de enseñanza y aprendizaje.
   A modo de ejemplo, se podría intervenir poniendo a disposición textos de libros que hablen de la cuestión, o poner a discusión los errores y cómo se pueden salvar, entre otras.

Actividad 2

Un segundo problema de la secuencia planteada, dice: *¿Cómo se podrá hacer para repartir 7 chocolates entre 4 amigos, de manera que todos reciban la misma cantidad y no sobre nada?*

a) Resolver el problema, desarrollando diferentes estrategias que usarían los estudiantes.
b) Pensar en intervenciones docentes que guíen la re-escritura (del primer afiche iniciado) o la escritura (de un nuevo afiche) primero en parejas y luego en forma colaborativa con todo el grupo clase, de un afiche que dé respuesta a: ¿De qué manera puedo resolver un reparto?

El propósito de proponer estos problemas es iniciar a los estudiantes en el establecimiento de relaciones entre la división de números naturales y las fracciones. Construir estas relaciones constituye un largo proceso que demanda tiempo de aprendizaje, resolver problemas diversos con fracciones e intercambiar ideas sobre ellos. Acompañar este proceso con la producción de escritura propicia la transformación de conocimientos, aunque en ciertas situaciones puede darse que la preocupación por “cómo” escribir desvíe a los estudiantes del saber que intentan incluir en el texto, pero aún así la escritura colectiva propicia avances en los conocimientos que circulan en la puesta en común de la resolución de problemas.

Resulta así que el desafío que presentó la escritura para los estudiantes de la indagación descripta, los obligó a poner en palabras relaciones que fueron movilizadas por ellos, aunque de manera implícita, a partir de la resolución de problemas y de los intercambios sucedidos a lo largo de la secuencia. Es posible interpretar que la textualización de estas ideas en la situación de escritura individual provocó la necesidad de explicitarlas y, en consecuencia, propició ciertos avances conceptuales.

Por último, después de realizar las escrituras individuales, se propuso elaborar un punteo en conjunto en el pizarrón con el propósito de enumerar los aspectos que no podían estar ausentes en las anotaciones para la evaluación. Esta nueva escritura no se restringió a una sumatoria de ideas

elaboradas de manera individual, sino que fue una nueva oportunidad para incluir nuevas ideas y generó discusiones sobre aspectos de las fracciones que no estaban disponibles para todos los alumnos.

Actividad 3

Finalmente, las situaciones de revisión de escritura producida individualmente o en forma colectiva permiten indagar cuáles fueron los saberes que se revisaron y los que se transformaron en los momentos de reescritura. Analizar las situaciones de revisión y reescritura, permite que los estudiantes localicen las diferentes representaciones para un mismo objeto de estudio, los errores más comunes, y da lugar a las intervenciones docentes que oriente dichas identificaciones para institucionalizarlas o producir modificaciones.

Pensar en la escritura Matemática desde los primeros grados, exige una sistematización y trabajo institucional. En particular cuando nos dedicamos a los problemas con números racionales[3], nos preocupa la escritura y lectura de las fracciones, tanto en su forma simbólica como su sentido. Como este tratamiento se inicia en el Primer Ciclo y se continúa con más profundidad en el Segundo Ciclo, (aunque no se agota en la escolaridad primaria), los invitamos a:

1. Recuperar consideraciones que ya se hallan explicitado sobre lectura y escritura en el área de Matemática, por ciclo o grado (según se hallan pensado) y
2. ver la necesidad de incluir alguna consideración, que amerite se incorpore, en relación a la escritura de los números fraccionarios, su significado, propiedades o cualquier otra consideración que el colectivo docente vea necesario revisar luego en las secuencias o planificaciones de clases.

Para finalizar:

La enseñanza de la escritura como herramienta de aprendizaje de distintas disciplinas está prescripta en numerosas propuestas curriculares, aunque sabemos que no siempre está presente en las prácticas escolares y menos aún en las clases de Matemática. Nos parece primordial continuar insistiendo en la necesidad de valorar la potencia de la escritura en la transformación del conocimiento matemático para que se incluyan sistemáticamente situaciones de producción, retorno y revisión en las secuencias de enseñanza del área. Además, creemos que vale la pena el esfuerzo por desnaturalizar e intentar comprender los obstáculos que enfrentan los estudiantes al escribir en esta disciplina particular para poder planificar y sostener condiciones de enseñanza en las que la escritura se presente como un verdadero problema por resolver y los conduzca a mejores aprendizajes.

Lograr que los estudiantes se apropien de la escritura al servicio de la adquisición de conocimientos –matemáticos, entre otros- constituye un objetivo irrenunciable de la escolarización. Es preciso que la escuela haga suyo este supuesto para poder proponer a sus estudiantes situaciones de escritura incluidas en una secuencia de problemas matemáticos en las que les ofrezcan oportunidades de explicitar sus conocimientos, volver sobre ellos y reformularlos. Así pues, a la vez que enseña a construir

[3] En esta Jornada por cuestiones de tiempo solo nos dedicamos a los números fraccionarios, dejando de lado de algún modo la equivalencia entre fracciones y números decimales, y las situaciones problemas que le dan sentido.

contenidos matemáticos, apunta al establecimiento de mejores relaciones con el saber y a elaborar un pensamiento cada vez más autónomo, al que todos los estudiantes tienen derecho a acceder.

Materiales de Referencia

- Ministerio de Cultura y Educación. Provincia de La Pampa. (2015). Materiales Curriculares del Nivel Primario.
- Ministerio de Educación. (2007). Núcleos de Aprendizajes Prioritarios. Serie Cuadernos para el aula. Matemática 4. Enseñar Matemática en el segundo Ciclo.

  Disponible en: http://www.me.gov.ar/curriform/nap/matematica4_final.pdf
- Broitman, C. y Torres, M. (2007, septiembre). Leer y Escribir en las clases de matemática. Conferencia dictada en las Jornadas sobre Enseñanza de la Matemática, organizadas por 12(ntes) y la Red Latinoamericana de Alfabetización –Argentina-, Buenos Aires
- Quaranta, M.E. y Wolman, S. (2003). Capítulo 6. Discusiones en las clases de matemática: qué, para qué y cómo se discute.
  Disponible en: https://es.slideshare.net/Silser2009/quarranta-wolman-discusiones-en-la-clase-de-matematica
- Sancha, Inés (2017). Escrituras en las clases de matemática para explicitar, reorganizar y sistematizar lo aprendido: Análisis de una secuencia. UNLP. Facultad de Humanidades y de Ciencias de la Educación. Disponible en:
  http://sedici.unlp.edu.ar/bitstream/handle/10915/60578/Documento_completo__.pdf-PDFA.pdf?sequence=3