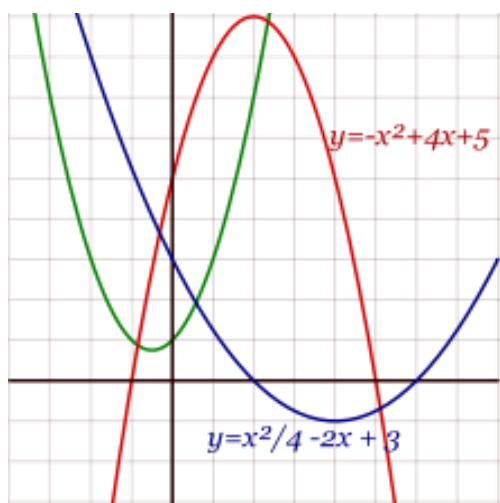




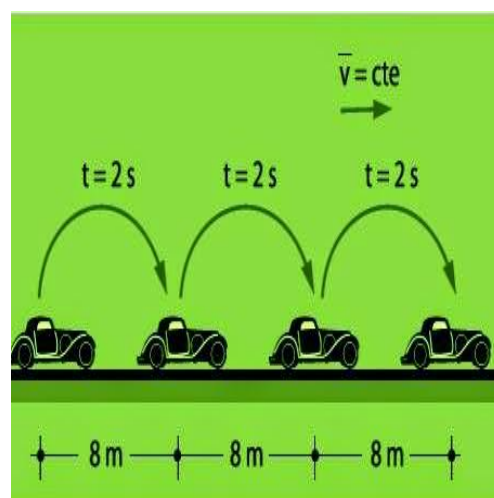
ATENEO N°1

# $f(x)$

NIVEL SECUNDARIO



MATEMÁTICA



*El trabajo de modelización en el ámbito de las funciones*

*2017*

## Presentación

El presente ateneo se propone como un espacio de análisis y reflexión compartida sobre situaciones complejas de la práctica docente, que conllevan el desafío de pensar propuestas didácticas que favorezcan la tarea concreta en el aula e impacten positivamente en los aprendizajes en el área de Matemática.

Hacer Matemática implica mucho más que conocer definiciones, propiedades o teoremas y saber en qué momentos aplicarlos. Hacer Matemática implica resolver problemas. Cuando decimos resolver problemas lo decimos en sentido amplio, pues la resolución en sí es solo una parte del trabajo. El conocimiento matemático no se construye como una consecuencia inmediata de la resolución de uno o más problemas, sino que requiere que el alumno se haga preguntas, que pueda explicitar los conocimientos puestos en juego para resolverlos, que determine aquellos que pueden reutilizarse en otras situaciones, que pueda apoyarse en argumentos matemáticos para dar cuenta de cómo los resolvió, defender sus posturas en un espacio de intercambio con sus pares y con el docente, interpretar las estrategias utilizadas por sus compañeros y —eventualmente— adoptarlas.

En este sentido, pensamos la resolución de problemas y la modelización matemática<sup>1</sup> como puntos de partida y no como una instancia de aplicación de conocimientos aprendidos. Es decir, no se trata simplemente de “usar” un modelo matemático dado sino, sobre todo, de producirlo.

El concepto de modelo matemático está muy arraigado en aquellos campos de la ciencia donde la Matemática se constituye en una herramienta para la resolución de problemas. Por esta razón, la modelización matemática se relaciona con la potencialidad de esta disciplina para resolver problemas que provengan del mundo real o de otros ámbitos.

(...) un modelo matemático es una construcción matemática formada por símbolos y relaciones matemáticas, que representa algún aspecto de un fenómeno del mundo real (extra matemático), con el objeto de estudiarlo y producir información sobre su comportamiento. (INFoD, 2016:4)

Patricia Sadovsky sostiene que la modelización permite apreciar el trabajo matemático de una manera mucho más integrada en la medida que posibilita ver el funcionamiento de problemas, técnicas, representaciones y demostraciones. (2005:31)

En este sentido, el Marco de Referencia de la Fundamentación de los Materiales Curriculares de Matemática para el Ciclo Básico (2009: 6) establece:

“El enfoque propuesto requiere de un marco de enseñanza que incluya los siguientes aspectos:

- ✓ relación entre el conocimiento matemático y los problemas;
- ✓ la cohesión interna de la disciplina;

---

<sup>1</sup> Ver en Materiales Curriculares Provinciales de Nivel Secundario. Matemática Ciclo Básico.p.8

✓ la potencia modelizadora de la Matemática.”

Para involucrar a los estudiantes en la producción de conocimiento matemático resulta indispensable enfrentarlos a diversos tipos de problemas que les permitan poner en juego sus conocimientos y les exija construir nuevas relaciones.

### Aspectos organizativos

Este Ateneo está destinado a docente de Matemática de ambos ciclos del Nivel Secundario y programado en tres encuentros de cuatro horas reloj cada uno, dedicados al análisis y la elaboración o reelaboración de propuestas de enseñanza en el **campo de las funciones y los modelos lineales y cuadráticos**.

Para involucrar a los estudiantes en la producción de conocimiento matemático resulta indispensable enfrentarlos a diversos tipos de problemas que les permitan poner en juego sus conocimientos y les exija construir nuevas relaciones.

Por estas razones, en este primer encuentro se propone trabajar sobre el rol de los problemas como punto de partida de la producción de conocimiento matemático, su gestión dentro del aula y su planificación previa, en el campo de las funciones y los modelos lineales.

Cabe señalar que este es el primero de una serie de tres encuentros dedicados al análisis de propuestas de enseñanza en este campo de contenidos. Entre el primero y el segundo encuentro, se sugerirá implementar en el aula la propuesta analizada durante el primero. En el segundo, se analizarán las producciones de los alumnos en base a lo implementado y se presentará el estudio de un caso. Y por último, en el tercero, se trabajará en torno a cómo organizar y graduar los distintos tipos de problemas en el campo de los modelos funcionales a lo largo del Nivel Secundario.

El problema propuesto para trabajar en esta oportunidad plantea una situación con una tarea “abierta”, de manera que para poder llevarla a cabo es necesario: identificar las variables relevantes a la problemática; analizar relaciones entre ellas; establecer condiciones, restricciones y/o dominios de validez sobre las mismas; relevar datos; realizar cálculos con o sin calculadora.

Se trata de un problema que posibilita, por un lado, reflexionar acerca de las distintas tareas involucradas en el proceso de modelización matemática; y por otro, pensar a los estudiantes en el rol de productores de conocimiento, problematizando el proceso de aprendizaje.

### Destinatarios

Docentes de espacios curriculares del área de Matemática del Ciclo Básico y Orientado del Nivel Secundario, incluyendo la Modalidad ETP

### Propósito

○ Incorporar herramientas teóricas, tanto matemáticas como didácticas, que permitan identificar problemáticas vinculadas a la enseñanza, en pos de favorecer el desarrollo y consolidación de una mirada estratégica en torno a acuerdos institucionales y a la planificación.

## Objetivos

Se espera que los docentes encuentren oportunidades para:

- Reflexionar sobre el enfoque de enseñanza de la Matemática a partir del análisis y la resolución de un problema.
  - ✓ Anticipar posibles procedimientos, estrategias o resoluciones de los estudiantes;
  - ✓ identificar intervenciones docentes que favorecen el trabajo matemático propuesto;
  - ✓ ampliar la mirada sobre la modelización matemática.
- Trabajar de manera colaborativa con colegas.
  - ✓ Identificando problemáticas vinculadas con la enseñanza;
  - ✓ analizando críticamente una propuesta de enseñanza.

## Ejes Didácticos

- El reconocimiento, uso y análisis de funciones en situaciones problemáticas que requieran:
  - Usar las nociones de dependencia y variabilidad;
  - seleccionar representaciones adecuadas;
  - analizar y producir modelos interpretando sus parámetros;
- La gestión de clase: la importancia de desarrollar el análisis de distintas estrategias de resolución como instancia que abona a la planificación y el trabajo colectivo.
- El rol de los problemas en la clase de Matemática.
- Criterios de análisis didáctico.

## Metodología y estrategia utilizada

En líneas generales, en todos los encuentros del Ateneo se llevará a cabo la resolución y el análisis de problemas matemáticos que pueden formar parte de una propuesta didáctica para llevar al aula. Particularmente se priorizará la identificación de aspectos complejos en la resolución de problemas, con el propósito de proveer intervenciones posibles que acompañen a los alumnos en el proceso de resolución. Uno de los recursos a emplear es la visualización de videos.

Otra estrategia de trabajo será el análisis de registros de clases en los que se pongan en evidencia la tensión entre lo planificado por el docente con antelación, la dinámica de la clase, los conflictos cognitivos que se van dando y las intervenciones del docente que aportan a la resolución de la propuesta de trabajo.

Teniendo en cuenta que entre las particularidades del Ateneo se destacan:

- la reflexión entre pares sobre la práctica,
- el vínculo para la construcción colectiva de conocimiento y
- la construcción de un portfolio que dará cuenta del recorrido de cada docente.

El Portfolio será el soporte para impulsar y registrar la construcción del conocimiento en la formación continua de los docentes. En el marco del Ateneo le permitirá al participante establecer relaciones

entre los aspectos trabajados en cada uno de los encuentros y reflejar los avances, a través del registro y el análisis de datos tales como producciones de los estudiantes, relatos del docente, ejemplos, testimonios, fotografías e imágenes visuales que reflejen las prácticas de aula.

### Agenda del primer encuentro (4hs)

Momento	Tiempo estimado	Descripción
<b>Primer momento:</b> Primera Parte: Presentación del Ateneo	15 minutos	Presentación del ateneísta y del Ateneo: formato, cronograma de encuentros, propósito y metodología de trabajo. Presentación de los participantes.
	45 minutos.	Trabajo colectivo resolviendo problemas que involucran la producción de un modelo matemático, con el objetivo de anticipar las distintas estrategias que pueden poner en juego los estudiantes al momento de resolverlo.
<b>Segundo momento:</b> Reflexión en torno a la resolución de problemas de modelización	90 minutos.	Trabajo colectivo para reflexionar acerca de las estrategias de resolución del problema y su pertinencia para ser llevado al aula. Discusión en torno a las características de los problemas de modelización matemática y a las capacidades que permiten desarrollar.
<b>Tercer momento:</b> Diseño de propuesta de trabajo con los estudiantes. Anticipación Actividad Interencuentro	90 minutos.	Realización de una planificación con el objetivo de llevar a sus aulas el problema analizado. Apertura de un espacio de trabajo colectivo para establecer acuerdos en torno a la implementación. Anticipación de posibles procedimientos de los estudiantes y probables intervenciones docentes.

## Estructura de desarrollo:

El presente encuentro plantea una serie de actividades a desarrollarse en tres momentos. Cada momento focaliza en diferentes aspectos:

- En un primer momento, luego de la presentación del ateneísta, del ateneo y de los participantes, se propondrá que trabajen directamente con los problemas, anticipando las distintas estrategias que pueden poner en juego sus estudiantes al momento de resolverlo.  
Para llevar a cabo esta tarea será necesario que ellos mismos resuelvan el problema, utilizando sus propias estrategias. Esto brindará una diversidad de producciones que permitirá el trabajo posterior.
- En un segundo momento, se lleva adelante un debate colectivo con el objetivo de reflexionar acerca de diversas cuestiones vinculadas al problema, su resolución y su pertinencia para ser llevado al aula: la finalidad del problema, las estrategias anticipadas, la posibilidad de trabajar con la diversidad de estrategias y cómo gestionarla, las conclusiones a las que permite arribar. Se busca abrir la discusión respecto a las características de los problemas de modelización matemática y al tipo de capacidades que se pueden desarrollar al trabajar con ellos.
- Para cerrar el encuentro, en el tercer momento, se propone reflexionar acerca de las siguientes cuestiones:
  - cómo adaptar la actividad a los diferentes contextos áulicos,
  - cómo registrar la experiencia y reflexionar metacognitivamente respecto de lo hecho.

La intención es aprovechar este espacio de diálogo para realizar acuerdos con los docentes sobre cómo y cuándo se implementará la propuesta.

### **Primer momento. (TIEMPO ESTIMADO: 60 MINUTOS): Presentación y resolución de la actividad**

En disposición espacial de semicírculo y con el grupo total, se comenzará la jornada con una breve presentación del ateneísta y del Ateneo<sup>2</sup>, que contemple los siguientes puntos:

- Propósitos
- Modalidad de trabajo
- Ejes didácticos
- Portfolio

Luego, se realizará una rápida rueda de presentación que contribuya a crear un clima distendido y favorezca la construcción de vínculos sociales entre los docentes. Para ello se puede usar una modalidad de tarjetas. Cada uno recibe una tarjeta al azar. Primero se presentará con nombre o

---

<sup>2</sup> Recurso utilizado: Power Point

apodo, contará en que escuela/s trabaja, en qué año/s y luego deberá decir una palabra que se relaciona con el símbolo escrito en la tarjeta. Todos los símbolos estarán relacionados con los ejes didácticos propuestos.

### Actividad 1:

Se les solicitará se dispongan en pareja para resolver el primer problema:

En los videos<sup>3</sup> se ven dos surtidores despachando nafta. Uno corresponde a “nafta súper” y el otro, a “nafta premium” (resulta necesario explicitar que la nafta premium es de mejor calidad que la nafta súper).

- Surtidor 1: <https://www.youtube.com/watch?v=ft1Heeeobp8>
- Surtidor 2: <https://www.youtube.com/watch?v=VT5sqrFqThs>

Decidan cuál de los surtidores corresponde a cada variedad de nafta y expliquen cómo lo pensaron.

Luego anticipen y planteen posibles modos de resolución y estrategias que creen que pondrían en juego sus estudiantes al resolver este problema. Pensar estrategias adecuadas o correctas y no adecuadas o incorrectas que pudieran desarrollar los estudiantes.

### Actividad 2:

En igual disposición los invitamos a resolver el segundo problema:

En el video se ve la simulación de una pelotita que es lanzada verticalmente hacia arriba.

<https://youtu.be/7Uzc9T79TCM>

Luego les propondremos responder una pregunta como la siguiente: "¿A qué altura estará la pelotita ..... segundos después de su lanzamiento?" Como pueden observar, a la pregunta le falta un dato. Ese dato se los daremos después. Pero, cuando llegue ese momento, ya no podrán mirar el video. Ahora disponen de un tiempo para realizar todas las investigaciones que les parezcan convenientes, de modo de estar preparados para responder cuando ya no dispongan del video.

Estas preguntas son las que deberá realizar el ateneísta de manera oral luego de dar un tiempo para trabajar con el video.

- a.-¿A qué altura está la pelotita a los 0,5s? ¿Existe otro instante en el que está a la misma altura?
- b.-.¿A qué altura está la pelotita a los 1,9s? ¿Existe otro instante en el que está a la misma altura?
- c.-¿Alcanza la pelotita los 5m de altura? ¿En qué momento?
- d.-¿Alcanza la pelotita los 7m de altura? ¿En qué momento?
- e.-¿Cuál es la altura máxima que alcanza la pelotita? ¿En qué instante?

<sup>3</sup> Se dispondrá que cada pareja cuente con una manera de ver los videos, el ateneísta podrá distribuirlo o suministrar un enlace a Internet.

Luego anticipen y planteen posibles modos de resolución y estrategias que creen que pondrían en juego sus estudiantes al resolver este problema. Incluyan también dificultades y errores que podrían surgir.

Una vez presentada la propuesta general de los tres encuentros que conforman el ateneo, estableciendo brevemente el marco que la sustenta, se propone la visualización de los videos y el planteo de la consigna de trabajo.

Será necesario que el ateneísta se asegure de que todos los grupos de trabajo cuenten con una manera de ver el video. Con tal objetivo podrá distribuirlo; o bien, suministrar el enlace al mismo en Internet. Esta actividad será realizada en parejas. Por lo tanto, el ateneísta solicitará que cada grupo plantee distintos modos de resolución, anticipando posibles respuestas de los estudiantes ante el mismo problema. Esta anticipación genera la necesidad de considerar el estado de conocimiento con que los estudiantes pueden abordar la situación.

Para propiciar la aparición de variadas estrategias de resolución del problema, el ateneísta puede intervenir en los pequeños grupos de docentes con el objetivo de:

- Observar que es posible detener el video y volver sobre él para tomar datos, visualizándolo la cantidad de veces que consideren necesario.
- Sugerir usar un soporte en papel para tomar datos de la situación.
- Proponer el uso de calculadora.
- Proponer la identificación de diferentes variables en juego (tiempo de reproducción, velocidad del surtidor, cantidad de nafta, dinero a pagar, otras) y la selección de aquellas que resultan pertinentes para resolver el problema.
- Establecer relaciones entre las variables seleccionadas.

Será necesario que el coordinador sugiera a los docentes que registren las anticipaciones realizadas, explicitando por escrito el análisis didáctico, que luego servirá de insumo para la instancia de trabajo colectivo y para realizar los acuerdos de implementación.

El análisis didáctico de las actividades realizadas serán una oportunidad para elaborar un marco interpretativo compartido acerca de qué se entiende por “problema” y cómo puede intervenir el docente para favorecer el trabajo matemático en el aula.

Análisis del problema 1y posibles procedimientos de resolución de la Actividad 1:

Este problema puede resolverse con procedimientos como los siguientes<sup>1</sup>:  
Adecuadas o correctas

- Obtener la misma cantidad de una de las variables en ambos surtidores, para poder comparar los valores correspondientes a la otra variable. Como los videos no registran la



misma cantidad de litros o dinero en ningún momento, surge la necesidad de generar esos datos operando con los valores de los datos disponibles.

Por ejemplo: al observar que en el surtidor 2 el precio para 8 litros (aproximadamente) era \$125,75; y en el otro surtidor, 2 litros (aproximadamente) costaban \$34,40. Entonces es posible cuadruplicar el precio obtenido en el segundo surtidor para poder comparar los precios correspondientes a 8 litros.

- Se puede afirmar que no se necesita ver los videos para tomar la decisión, con solo observar los valores de cualquier imagen alcanza. Se puede dividir el precio por los litros correspondientes, obteniendo así el valor por litro en cada uno de los surtidores.

No adecuadas o incorrectas

- Podría ocurrir que algún estudiante quiera comparar esta situación con otra, por ejemplo con la del taxímetro: suponiendo que al cargar nafta hay un costo fijo (el valor indicado al principio de cada video) y una variable dependiente de los litros.

- Otra opción puede ser considerar que la velocidad del surtidor determina cuál es la nafta más cara. Algunos de los argumentos que se pueden utilizar son:

o “Si en menos tiempo cargo más nafta, voy a gastar más; y si gasto más, es porque tengo más plata y entonces cargo la más cara”.

o “Si cuento cuatro segundos en el primer surtidor, gasto 36 pesos; y en el otro, en cuatro segundos gasto 105 pesos. Entonces el surtidor 2 tiene nafta más cara”.

1Algunas de estas resoluciones surgieron en la implementación de este problema en un aula de 1er año.

Análisis del problema 2 y posibles procedimientos de resolución de la Actividad 1:

La situación que describe el problema brinda una información intuitiva que no es mostrada, pero que es importante para la resolución: existe una altura máxima y un momento en donde se consigue esa altura. Este hecho, junto con el movimiento de ascenso y descenso de la pelotita, conforman las dos nociones sobre las cuales se basa el trabajo con el problema.

Los objetivos fundamentales que se quieren alcanzar a partir del trabajo con este problema son:

- El reconocimiento de la simetría del fenómeno. Para cada altura (salvo para la altura máxima) existen dos momentos en los que la pelotita se encuentra a esa altura, y esos momentos son simétricos con respecto al tiempo de altura máxima;
- el reconocimiento de que no es un fenómeno de variación uniforme. A intervalos iguales de tiempo no le corresponden iguales variaciones de la altura.

Lograr esta caracterización de la situación es importante porque permite, a su vez, caracterizar de la misma manera a las funciones cuadráticas en general.

Algunas posibles estrategias para resolver y responder las preguntas planteadas por el problema1:

- Obteniendo muchos datos. Deteniendo el video en varias oportunidades se pueden registrar distintos valores del tiempo y de la altura. Luego, para responder las preguntas, si los datos solicitados no están entre los valores obtenidos, se podrían estimar los valores intermedios. Esta estimación se podría hacer de distintas maneras:

- Promediando valores próximos. En el tiempo 1,8 s la altura es 3,6 m y en el tiempo 2 s la altura es de 2 m. En base a estos datos se podrían promediar las dos alturas y responder que la altura en el tiempo 1,9 s es de 2,9 m.

- Estimando en base a valores próximos. En el tiempo 1,85 s la altura es 3,24 m y en el tiempo 2,1 s la altura es de 1,05 m. En base a estos datos se podría estimar que la altura en el tiempo 1,9 s será menor que en el tiempo 1,85 s y mayor que en el tiempo 2,1 s. Se podría agregar también que la altura será más próxima a 3,24 m porque el tiempo 1,85 s es el más cercano a 1,9 s.

- Es esperable que durante la resolución surjan parejas de valores simétricos. En el caso de los participantes del ateneo, este hecho puede confirmar un conocimiento: que la pelotita se comporta de la misma manera al ascender que al descender. En el caso de los alumnos, el observar la existencia de distintos momentos en los que la pelotita se encuentra a la misma altura, puede generar la elaboración de una conjetura con respecto a la simetría del fenómeno.

Algunas posibles intervenciones en el momento de gestionar la puesta en común sobre la base de las resoluciones:

- Comparar las estimaciones con los datos exactos que pudieron haber sido registrados por otros compañeros para concluir que son incorrectas.

- Construir una tabla de valores con los datos que hayan tomado todos los grupos, con el propósito de analizar y caracterizar el tipo de variación y la simetría

- En el caso del tipo de variación, el análisis se podría realizar apoyándose en la construcción de un gráfico y comparándolo con otro gráfico en donde la variación fuera uniforme.

- En el caso de la simetría, se podrían analizar los valores de la tabla buscando relaciones entre los tiempos que corresponden a alturas iguales y el tiempo en donde se obtiene la altura máxima. A su vez, apoyándose en la conclusión de que el fenómeno tiene características de simetría, se podría justificar cuál es el tiempo de altura máxima.

## Segundo momento: Reflexión en torno a la resolución de problemas de modelización

### Actividad 1: Análisis grupal del problema y de las resoluciones

El análisis didáctico de la actividad realizada será una oportunidad para elaborar un marco interpretativo compartido acerca de qué se entiende por “problema” y cómo puede intervenir el docente para favorecer el trabajo matemático en el aula.

Por ello, antes de hacer la puesta en común, se hará mención del enfoque didáctico que enmarca esta propuesta, los Materiales Curriculares de Matemática de Nivel Secundario, Ciclo Básico (2009:6-7), explicita:

Tal como se expresa inicialmente, la Matemática es una ciencia en constante evolución. En esta construcción han tenido un rol fundamental los problemas de distinto tipo. El objeto de éstos es producir nuevos conocimientos en los alumnos y debatir para validarlos o no, como respuestas a los interrogantes formulados. Desde este enfoque, saber Matemática requiere dominar los conocimientos de la disciplina para utilizarlos en la resolución de problemas, para definirlos/redefinirlos y reconocerlos como objetos de una cultura.

Entonces, a través de la resolución de problemas y de la reflexión sobre éstos, se promueve la construcción de sentido a través de un trabajo matemático por parte del que aprende. Esto supone:

- Involucrarse en la resolución del problema presentado a través de la vinculación de lo que quiere resolver con lo que ya sabe, planteándose nuevas preguntas.
- Elaborar estrategias propias y compararlas con las de sus compañeros, considerando que el error y las exploraciones son instancias necesarias para el aprendizaje.
- Discutir sobre la validez de los procedimientos realizados y de los resultados obtenidos.
- Reflexionar para determinar qué procedimientos fueron los más adecuados o útiles para la situación resuelta.
- Establecer conjeturas, formularlas, comprobarlas, mediante el uso de ejemplos o justificarlas utilizando contraejemplos o propiedades conocidas.
- Reconocer los nuevos conocimientos y relacionarlos con los ya sabidos.
- Interpretar la información presentada de distintos modos, y pasar de una forma de representación a otra, según su adecuación a la situación planteada.

En grupos respondan las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles fueron las estrategias, resoluciones, dificultades y errores que anticiparon que podrían surgir en el aula?

- ¿Qué contenidos matemáticos se pueden tratar mediante el trabajo con este problema en el aula?
- ¿Cuáles de las estrategias de resolución anticipadas creen que sería provechoso compartir en una puesta en común en el aula?
- ¿Qué conclusiones se pueden elaborar en el espacio colectivo del aula a partir del trabajo con este problema?

### **Actividad 2:**

Entendemos a la modelización matemática como un proceso que requiere (Sadovsky P., 2005):

- Recortar una problemática frente a cierta realidad;
- identificar un conjunto de variables pertinentes a esa problemática;
- producir relaciones entre las variables tomadas en cuenta;
- elegir una teoría para operar sobre las relaciones;
- producir conocimientos nuevos sobre dicha problemática.

¿Por qué se puede decir que estos problemas son “problemas de modelización”? ¿Qué saberes permite desarrollar el trabajo con un “problema de modelización”?

### **Orientaciones para el coordinador**

Al momento de poner en común las diferentes resoluciones del problema pensadas por cada uno de los grupos, será necesario contextualizar las anticipaciones.

Con estas preguntas como guía, el intercambio colectivo puede girar en torno a:

- Discutir acerca de cuál es la finalidad del problema en el aula: que los estudiantes se enfrenten a la necesidad de producir un modelo lineal de la situación para poder resolver el problema planteado;
- mencionar que la situación que presentamos en el encuentro fue pensada para introducir la noción de función lineal en el aula, en particular, para que los estudiantes elaboren un modelo directamente proporcional. Sin embargo, esta situación también podría utilizarse para discutir acerca de las aproximaciones numéricas, la recolección y organización de datos, etcétera;
- observar que este problema no responde al formato de un típico problema escolar, por lo que genera que los estudiantes movilicen todo su bagaje de conocimientos, interactuando la lógica de la matemática con la del sentido común. El docente será quien tendrá a cargo la tarea de explicitar aquellos conocimientos matemáticos involucrados en la resolución del problema;

### **Tercer Momento: Diseño de propuesta de trabajo con los estudiantes.**

#### **Actividad 1:**

Se trata de pensar cómo podría implementarse en sus aulas los problemas resueltos durante el primer momento del ateneo. Para pensar esta propuesta pedagógica se propone elegir un grupo clase (año) y en función de esa elección determinar cuál de los dos problemas propondría según los saberes que involucra.

Luego definir:

- ¿Cómo organizará la clase para la resolución del problema?
- ¿Qué intervenciones puede hacer durante la resolución del problema?
- ¿Cómo gestionará la puesta en común?
- ¿A qué posibles conclusiones pueden llegar al finalizar la clase?

#### **Actividad 2: Anticipaciones**

Al momento de poner en común las diferentes resoluciones del problema, pensadas por cada uno de los grupos, será necesario contextualizar las anticipaciones.

Con estas preguntas como guía, el intercambio colectivo puede girar en torno a:

- Discutir acerca de cuál es la finalidad del problema en el aula: que los estudiantes se enfrenten a la necesidad de producir un modelo lineal o cuadrático de la situación para poder resolver el problema planteado;
- mencionar que la situación que presentamos en el presente encuentro fue pensada para introducir la noción de función lineal/ cuadrática en el aula, en particular, para diferenciar este modelo de los modelos lineales estudiados años anteriores. Sin embargo, esta situación también podría utilizarse para discutir acerca de las aproximaciones numéricas, la recolección y organización de datos, etcétera;
- observar que estos problemas no responde al formato de un típico problema escolar por lo que genera que los estudiantes movilicen todo su bagaje de conocimientos, interactuando la lógica de la matemática con la del sentido común. El docente será quien tendrá a cargo la tarea de explicitar aquellos conocimientos matemáticos involucrados en la resolución del problema;
- reflexionar acerca de por qué es importante anticipar y analizar las diferentes estrategias que pueden llevar a la resolución del problema: porque contribuye a realizar intervenciones docentes alineadas con los objetivos de la planificación de la clase; reflexionar acerca del uso de la calculadora: posibilita que los estudiantes pongan el foco en la resolución del problema y que los cálculos no sean un obstáculo para analizar la situación;

- concluir que un problema puede resolverse con diversos procedimientos, usando diferentes operaciones, que se apoyan en razonamientos que se pueden explicitar. Algunos procedimientos son más artesanales y otros más económicos, algunos son más extensos y otros más breves;
- discutir acerca de la gestión del problema: por ejemplo, si la actividad la van a realizar en parejas o en grupos, cómo intervenir en los pequeños grupos, qué estrategias recuperar en la puesta en común, etcétera;
- sistematizar lo trabajado: resulta importante establecer un momento para elaborar en forma conjunta las conclusiones a las que se ha arribado. Preguntas como “¿A qué conclusiones llegamos?”, “¿Qué podemos anotar?”, “¿Por qué?”, “¿Para qué?” pueden dar lugar a reflexiones acerca de cómo registrar y recuperar los aspectos centrales de lo discutido en espacios colectivos.

### **Actividad Interencuentro:**

Esta actividad se propone orientar el registro y sistematización de la implementación de lo acordado en el Ateneo. Se realizará luego de implementar la secuencia didáctica planificada durante este encuentro y se retomará en la segunda.

Luego de realizada la clase con sus estudiantes, tómense unos minutos y respondan las siguientes preguntas que deberán traer escritas para compartir en el siguiente encuentro:

1. ¿Qué procedimientos produjeron sus estudiantes para resolver los problemas? Hagan un listado y tomen fotos o fotocopien los registros (incluya tanto los procedimientos que permitieron a los alumnos llegar a la respuesta así como los procedimientos erróneos).
2. Identifiquen algún momento de su clase que amerite recuperarse. Expliquen por qué.
3. Identifiquen un momento “complicado”, que los haya puesto en una situación de enseñanza difícil de resolver. ¿Qué intervención les hubiera gustado realizar y no se dieron cuenta o no pudieron?
4. ¿Qué rescatan concretamente como aprendizaje, resultado de su enseñanza, a nivel grupal/ individual? ¿A partir de qué evidencias pueden afirmarlo?
5. Relacionen su clase con la planificación. ¿Qué obstáculos previstos inicialmente se presentaron en la clase? ¿Cuáles no? ¿Qué tendrían en cuenta en el futuro al elaborar su plan de trabajo?

Sistematización de las actividades en el PORFOLIO

### **Materiales de referencia**

- Broitman, Claudia, Itscovich, Horacio y otros. (2011). Libro para el docente Matemática en Secundaria 1° y 2°. Santillana. Disponible en: <http://www.santillana.com.ar/secundaria2013/recursos/matematicaen/matematicaen1.pdf>
- Ministerio de Cultura y Educación. Provincia de La Pampa. (2009). Materiales Curriculares del Nivel Secundario. Ciclo Básico.

- Ministerio de Cultura y Educación. Provincia de La Pampa. (2013). Materiales Curriculares del Nivel Secundario. Ciclo Orientado.
- Ministerio de Cultura y Educación de la Nación (2010). El desarrollo de capacidades y las áreas de conocimiento. Educación para todos: asociación civil – OEI – UNICEF  
Disponible en: <https://www.unicef.org/argentina/spanish/Ministerio.pdf>
- Sadovsky, Patricia. (2005). Capítulo1: La actividad matemática como “asunto” de la enseñanza. Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires: Libros del Zorzal. Disponible en:  
<https://educrea.cl/wp-content/uploads/2015/06/DOC-Enseñar-matemática-hoy-Miradas-sentidos-y-desafíos.pdf>  
también disponible en:  
<http://docplayer.es/31045622-Capitulo-1-la-actividad-matemática-como-asunto-de-la-enseñanza.html>
- Segal, Silvia y Giuliani, Diana Modelización matemática en el aula. Posibilidades y necesidades. Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2008. 120 pp  
[file:///C:/Users/Lucy/Documents/Plan%20Nuestra%20Escuela%20provincia/2017/ateneos/secundaria/Cap%C3%ADtuloV\\_Modelizaci%C3%B3n\\_Matem%C3%A1tica\\_en\\_el\\_Aula.pdf](file:///C:/Users/Lucy/Documents/Plan%20Nuestra%20Escuela%20provincia/2017/ateneos/secundaria/Cap%C3%ADtuloV_Modelizaci%C3%B3n_Matem%C3%A1tica_en_el_Aula.pdf)

## SEGUNDO ENCUENTRO

### Presentación

Este segundo encuentro se plantea como un espacio colectivo de planificación y reflexión, a partir de las experiencias de la puesta en aula de los problemas: “El problema de los surtidores” y “El problema de la pelotita”. Compartir experiencias y analizarlas junto a colegas posibilita enriquecer el repertorio de herramientas didácticas y construir una mirada crítica sobre la propia práctica. Se trata de aprender del otro y junto al otro, desde la experiencia común de implementar un mismo problema en el aula.

El foco del análisis y la discusión estará puesto en la *gestión y la planificación de las clases*. Específicamente, en la posibilidad de plantear en el aula nuevos problemas relacionados con inquietudes, preguntas y producciones matemáticas del estudiantado. De esta manera, la clase se convierte en un espacio donde el conocimiento se genere a partir de problemas y cuestionamientos genuinos, dotando de mayor sentido el aprendizaje.

### Objetivos

Que los docentes encuentren oportunidades para:

→ reflexionar sobre la experiencia de implementación propia o de un colega de los problemas planteados a través de:

- un análisis de los procedimientos, estrategias o resoluciones que llevaron adelante los estudiantes;
- la identificación de intervenciones docentes que favorecieron el trabajo matemático propuesto;
- la identificación y análisis de momentos inesperados de la clase;
- la puesta en valor de las preguntas que surgen desde los propios alumnos.

→ trabajar de manera colaborativa con colegas a través:

- la socialización de la experiencia de la implementación y su transformación en objeto de análisis;
- la identificación de las experiencias de implementación en diferentes problemáticas vinculadas con la enseñanza;
- la interpretación de los diferentes registros y materiales recolectados durante la implementación.

### **Aspectos organizativos**

Este segundo encuentro propone diferentes instancias de análisis y reflexión compartida sobre la experiencia de implementación de los problemas “El problema de los surtidores” y “El problema de la pelotita”. Momentos de trabajo colaborativo y espacios de discusión colectiva girarán en torno a preguntas que buscan desnaturalizar los diferentes aspectos de la clase y, en particular, analizar la centralidad del rol docente al momento de planificar y gestionar la clase.

Otra dinámica de trabajo se organiza a partir del estudio de un caso y la presentación de una propuesta en la que profesores y profesoras aprenden sobre la base de experiencias y situaciones de la vida real; y que a su vez les permiten construir su propio aprendizaje en un contexto que los aproxima a su entorno.

El ateneo se divide en 3 momentos. Cada uno de estos focaliza en diferentes aspectos:

- ❖ En un primer momento, se plantea a los participantes recuperar el análisis y la reflexión sobre la experiencia de una puesta en aula de alguno de los dos problemas. Se espera compartir las distintas estrategias puestas en juego por sus alumnos y alumnas al momento de resolverlo. Para ello, se propone un espacio de discusión e intercambio colectivo de experiencias y opiniones.



- ❖ En un segundo momento, se presenta el estudio de dos intervenciones docentes a través del relato de un profesor quien identifica en su clase una estrategia de resolución y decide profundizar por medio de la incorporación de nuevas actividades a su planificación. A partir de un trabajo sobre esta situación, se espera abrir un debate respecto al rol docente y, en particular, a la posibilidad de plantear problemas relacionados con la producción de sus estudiantes.
- ❖ Para cerrar el ateneo, en el tercer momento, se espera que los participantes identifiquen un episodio que permita reconocer la emergencia de un nuevo problema para la clase. Problemas intramatemáticos (modelización intramatemática). Posteriormente se les solicitará la planificación de alguna actividad en torno a ese problema, que permita generar una nueva tarea para implementar en sus próximas clases.

### Agenda del segundo encuentro (4hs)

Momento	Tiempo estimado	Descripción
<b>Primer momento:</b> Actividad 1 y 2 <b>Puesta en aula de los problemas</b>	60 minutos.	Compartir las respuestas a las preguntas planteadas para la actividad de interencuentro y las resoluciones de los estudiantes.
<b>Segundo momento:</b> Estudio de casos	90 minutos.	Presentación y análisis de relatos de profesores que implementaron los problemas planteados
<b>Tercer momento:</b> Profundización. Propuesta de modelización intramatemática	90 minutos.	A partir de la experiencia de la puesta en aula, planificación de una propuesta de profundización de modelización intramatemática.

#### Primer momento: Actividad 1

En el anterior encuentro se plantearon una serie de preguntas para reflexionar en torno a la puesta en aula de alguno de los dos problemas planteados. A partir de estas, compartan sus respuestas y tomen **nota acerca de las resoluciones y estrategias empleadas** (correctas e incorrectas) por los estudiantes.

Les pedimos que compartan las resoluciones del estudiantado, elaboradas al interior de cada grupo, y analizarlas en torno de las siguientes preguntas.

- ¿Cómo se relacionan las características de las diferentes resoluciones con el contexto en que fueron producidas (el año, los conocimientos previos, los contenidos abordados previamente)?
- ¿En qué medida creen que esta propuesta atiende a la problemática de la inclusión en la clase de Matemática?
- ¿Qué aprendieron los estudiantes a partir del trabajo con este problema? ¿Qué evidencias podrían mostrar los aprendizajes identificados?

Agrupamientos:

Para la actividad 1 será necesario que todos los grupos de trabajo cuenten, al menos, con un profesor o una profesora que haya implementado la propuesta.

Para acompañar este momento de análisis, se propone:

- contextualizar las producciones de los alumnos según: el año escolar en el que fue implementado el problema, los contenidos trabajados en el curso anteriormente, los conocimientos previos con los que cuentan los alumnos, etcétera;
- identificar las técnicas involucradas en cada resolución;
- relatar algunas interacciones e intervenciones docentes que hayan acontecido en el aula y que sustenten las resoluciones y producciones de los estudiantes.

Con respecto al, el intercambio colectivo puede girar en torno a:

- socializar las estrategias incorrectas y enmarcarlas en el contexto de las resoluciones. Respecto a esta cuestión Patricia Sadovsky (2005) afirma que, cuando se recupera la producción errónea de un estudiante y esta es:

[...] tomada por el docente y transformada en una pregunta matemática relevante para el conjunto de la clase, [...] de manera transversal los alumnos aprenden que el trabajo del otro puede ser fuente de problemas y discusiones genuinas sin que necesariamente eso esté teñido de la carga negativa del juicio.

- discutir acerca de en qué medida la propuesta atiende a la problemática de la inclusión:
  - ◁ permite abordar el problema sobre la base de distintos estados de conocimiento al posicionar a los alumnos como productores;
  - ◁ rompe con la “rutina” del aula al convocar a los estudiantes desde una propuesta diferente;
  - ◁ favorece el debate al permitir la introducción de nuevas voces en el aula;
  - ◁ fomenta el trabajo colaborativo entre el estudiantado al posibilitar progresos que no hubieran sido posibles de manera individual.

- reflexionar en torno a la puesta en aula del problema y relacionar las anticipaciones con lo que efectivamente sucedió en la clase: ¿Qué aprendieron los alumnos? ¿Cómo se relaciona con los objetivos de la clase?

Como cierre de este momento se propone discutir con los docentes sobre la importancia de compartir y analizar colectivamente las estrategias que llevaron a la resolución del problema en cada curso.

En primer lugar, y a partir de la identificación de estrategias comunes, se hacen presentes los diferentes conocimientos que se pueden desplegar a propósito de cada problema; y por lo tanto, se puede explicitar qué es posible enseñar con ellos.

En segundo lugar, pueden aparecer dinámicas, gestiones y abordajes que tal vez no fueron pensados al momento de llevar el /los problema/s al aula. De esta manera, se enriquece la planificación y el repertorio de herramientas didácticas.

En conclusión, contar con un espacio para compartir experiencias de la práctica permite aprender del otro y junto a otro, así como analizar las prácticas más allá de las diferentes trayectorias y contextos.

## Segundo momento: Análisis de lo sucedido en clase

### Actividad 1:

A continuación se presenta el relato de un profesor que implementó “El problema de los surtidores” en 2° año de Nivel Secundario, ciclo básico.

*Noté que los chicos aproximaban groseramente las cantidades. Por ejemplo, en un momento pararon el video en 44,15 valor de la venta y 2,599 litros. Pero anotaron en la carpeta que 1 litro costaba \$17. Esta aproximación les permitió responder la pregunta del enunciado de manera correcta, pero sé que en otros problemas podría llevarlos a respuestas incorrectas. Lo dejé pasar aunque me quedé pensando y decidí retomarlo la clase siguiente con este problema:*

*¿En qué estación de servicio conviene comprar?*

*En la estación A, por una compra de 5,473 litros se pagó \$85,05.*

*En la estación B, se compró el mismo tipo de nafta y pagaron \$124,57 por 8,011 litros.*

*¿En cuál de las 2 estaciones conviene cargar nafta?*

A partir de este fragmento, les proponemos realizar las siguientes consignas:

- Resuelvan la actividad incluida en el relato.
- ¿De qué manera esta actividad atiende a la problemática identificada por el profesor?
- ¿De qué otra forma podría haberse atendido a esta problemática?

En este segundo momento, se presenta el estudio de un caso con el objetivo de abrir la discusión respecto al rol docente y, en particular, a la posibilidad de plantear problemas relacionados con la producción de sus estudiantes.

A continuación se presenta un análisis didáctico del problema incluido en el relato, acompañado de posibles estrategias de resolución por parte de los profesores participantes.

Posibles resoluciones

Para obtener el precio de la nafta, en cualquiera de las 2 estaciones, los estudiantes pueden recurrir a resolver la división entre el precio y la cantidad de litros. Es importante recordar que esta estrategia fue discutida e identificada como la más conveniente en “El problema de los surtidores”. Podría ocurrir que para resolver esta división se utilicen diferentes valores para el precio y la cantidad. Por ejemplo:

- Truncando los valores correspondientes a la cantidad de nafta y de precio, sin utilizar decimales:

Estación A:  $85 \div 5 = 17$

Estación B:  $124 \div 8 = 15$

- Truncando los valores correspondientes a la cantidad de nafta y de precio, utilizando la primera cifra decimal:

Estación A:  $85,0 \div 5,4 = 15,7$

Estación B:  $124,5 \div 8,0 = 15,5$

- Sin truncar los valores correspondientes a la cantidad de nafta y de precio:

Estación A:  $85,05 \div 5,473 = 15,5399 \dots$

Estación B:  $124,75 \div 8,011 = 15,5498 \dots$

### **Análisis didáctico**

Es interesante notar que el docente decidió problematizar el uso de los decimales y retomó el contexto de “El problema de los surtidores” como una oportunidad para recuperar lo trabajado previamente y para profundizar en torno al uso de los decimales en las aproximaciones.

Los ejemplos aquí desarrollados representan distintos modos de aproximar los valores de la nafta, los litros y también el resultado de la división. Existen otras formas de poner en juego aproximaciones en este problema, por ejemplo, utilizar redondeo en lugar de truncamiento para las cantidades de nafta y precio, o tomar solo aproximaciones de los resultados de la división. A propósito de cualquiera de estos abordajes, la actividad sigue posibilitando el debate en torno a las consecuencias de las aproximaciones.

Además, los valores seleccionados advierten que no todas las divisiones conducen al mismo valor del litro de nafta, y las respuestas no siempre identifican a la misma estación de nafta como la más económica. Ante esta situación, el profesor puede convocar a los estudiantes a resolver esta contradicción. Para ello podría preguntar cuáles son las razones de los diferentes resultados, con la intención de poner en escena la discusión sobre la aproximación del desarrollo decimal de los valores. Con este caso, se busca mostrar a un docente atento a las resoluciones de sus alumnos, que reflexiona sobre ellas y logra identificar un asunto interesante para planificar nuevos problemas. El profesor podría haberle dicho al estudiantado que utilicen todos los decimales, lo que hubiera cerrado la discusión y privado a los estudiantes de explorar la situación y comprender las implicancias que puede tener la aproximación para tomar decisiones.

A continuación se presenta el relato de un profesor que implementó “El problema de la pelotita”

*En mi clase surgió la pregunta de si existía una fórmula que calculara la altura exacta de la pelotita en el tiempo 1,9 segundos, dado que este valor no aparece en el video y solo se habían obtenido valores aproximados. Ante esta situación, decidí comenzar la siguiente clase con el problema específico de buscar la fórmula que modelice el fenómeno, y así poder responder a la pregunta surgida de los alumnos. Es por eso que comenzamos trabajando con el siguiente enunciado.*

- 1) En la clase anterior llegamos a la conclusión de que el “El problema de la pelotita” no trata de una situación de variación uniforme, por lo que no puede modelizarse mediante una función lineal. ¿Cómo llegamos a esta conclusión?
- 2) Luego surgió la pregunta de si existía una fórmula que calculara de manera exacta la altura de la pelotita a los 1,9 segundos.

Algunos de los datos que recolectamos son:

Tiempo	Altura
0	0
1,1	6,05
1,2	6
1,9	¿¿¿???

Suponiendo que la fórmula de la función que modeliza el fenómeno es de la forma  $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$ , ¿cuál o cuáles de estas fórmulas podrían servir para modelizar el fenómeno?

- a)  $f(x) = -5x^2 + 11x + 1$
- b)  $f(x) = 5x^2$

- 3) ¿De qué manera se puede construir una fórmula de la forma  $f(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$  que modelice la situación a partir de los datos registrados en la tabla?

Luego de leer el fragmento les proponemos:

1. Resolver la actividad incluida en el relato.
2. Reflexionar con otros a partir de las siguientes preguntas u otras que se den en el grupo: ¿Cuál o cuáles creen ustedes que son los objetivos de cada una de las 2 propuestas?, ¿de qué manera esta actividad atiende a la inquietud surgida en la clase?, De qué otra forma podría haberse atendido a esta problemática?

En primera instancia, se propone recuperar la siguiente conclusión: **el fenómeno no se puede modelizar mediante funciones lineales debido a que no se trata de un proceso de variación uniforme.** De esta manera, se intenta descartar rápidamente estrategias basadas en ese tipo de modelos, con el objetivo de poner el foco de la clase en estudiar la forma y los parámetros de las fórmulas (cuadráticas) que permiten caracterizar el proceso en cuestión. Por estos motivos, en el listado de fórmulas posibles de la actividad 2 no se incluyen fórmulas lineales.

En la actividad 2 se retoma la problemática que motivó el cambio de dirección en la planificación. Su objetivo es que los alumnos puedan concluir que es posible que exista una fórmula que calcule la altura exacta de la “pelotita” a los 1,9 segundos, sobre la base de la elección de algunas fórmulas propuestas por el profesor. Se espera que los estudiantes realicen esta elección con una evaluación de la pertinencia de cada una de las fórmulas para calcular con exactitud los valores conocidos de tiempo y altura de la pelotita.

La primera fórmula se puede descartar con el primer par de valores, el  $(0 ; 0)$  . No así la segunda, que es válida para los 2 primeros pares, lo que hace necesario utilizar el tercero, el  $(1,2 ; 6)$  para descartarla. La tercera fórmula es válida para los 3 pares de valores. Con el objetivo de controlar ciertas cuestiones del desarrollo de esta actividad, el docente presentó una tabla de valores con datos escogidos de manera específica, de entre todos los que surgieron durante la clase anterior (en la que se trabajó con el video). Con el mismo objetivo, las fórmulas que presenta como posibles también fueron escogidas con un fin específico: que los alumnos tuvieran que recurrir a evaluar las fórmulas con varios datos para poder realizar la elección. Así, una de las fórmulas sirve para 2 pares de datos pero no para el tercero, lo que permite discutir cuál es la cantidad de datos necesarios para poder asegurar que una fórmula es correcta.

En la actividad 1 del segundo momento se propone la exploración y el estudio de algún método para construir la fórmula cuadrática a partir de los datos de la tabla. En línea con este trabajo, y en relación con la actividad 2 del primer momento, uno de sus propósitos podría ser también estudiar la cantidad de datos necesarios y suficientes para construir una fórmula de este tipo.

Resulta de interés destacar la importancia que tiene en este caso intentar controlar el desarrollo de la actividad 2 del primer momento. Si no se presenta la tabla con datos seleccionados de manera estratégica y, por el contrario, se recurre al uso de todos los datos obtenidos durante la clase anterior

(en la que se trabajó con el video), es muy probable que los alumnos descarten las fórmulas incorrectas "probando" con un solo par de valores. En ese caso la discusión acerca de la cantidad de valores necesarios para validar la pertinencia de una fórmula sería menos genuina.

Con este ejemplo se apunta a mostrar cómo el análisis de lo sucedido durante la clase modifica las actividades planificadas para la clase siguiente. El profesor podría haber dejado para más adelante la cuestión sobre la fórmula que describe el fenómeno, lo que originalmente figuraba en su planificación. Sin embargo, ante la inquietud surgida en el aula, modifica la dirección de su recorrido para trabajar sobre la pregunta genuina que surgió de sus propios alumnos.

Como dice Sadovsky (2005) una función esencial del docente es la de “[...] plantear problemas que emergen a partir de la producción específica de la clase, pero que él plantea teniendo como referencia la actividad matemática.”

En síntesis, el docente, es quien:

- con una mirada crítica, identifica una problemática a partir de la producción de sus estudiantes y decide atenderla;
- flexibiliza su planificación para trabajar en torno a esa problemática;
- decide no atenderla de forma inmediata y se toma el tiempo para reflexionar y planificar su intervención.

## **TERCER ENCUENTRO**

### **Primer Momento: Socialización de propuestas pedagógicas planificadas en el primer encuentro**

Los docentes se reúnen según el ciclo donde implementaron la propuesta didáctica. Previo a la socialización comentarán en pequeños grupos las experiencias buscando puntos comunes al momento de la socialización con la intención de luego focalizarse en las diferencias.

En el anterior encuentro se plantearon una serie de preguntas para reflexionar en torno a la puesta en aula de alguno de los dos problemas planteados.

1. Identifiquen algún momento de su clase que amerite recuperarse. Expliquen por qué.
2. ¿Qué procedimientos produjeron sus estudiantes para resolver los problemas?
3. Identifiquen un momento “complicado”, que los haya puesto en una situación de enseñanza difícil de resolver. ¿Qué intervención les hubiera gustado realizar y no se dieron cuenta o no pudieron?
4. ¿Qué rescatan concretamente como aprendizaje, resultado de su enseñanza, a nivel grupal/individual? ¿A partir de qué evidencias pueden afirmarlo?

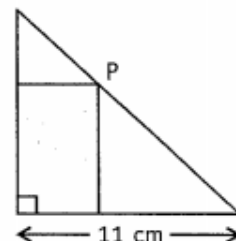
5. Relacionen su clase con la planificación. ¿Qué obstáculos previstos inicialmente se presentaron en la clase? ¿Cuáles? ¿Qué tendrían en cuenta en el futuro al elaborar su plan de trabajo?

**Segundo Momento: Profundización. Propuesta de modelización intramatemática.**

**Actividad 1:**

Se les propone resolver situaciones intramatemáticas referida a geometría.

*Problema 1: Un punto P se mueve sobre la hipotenusa de un triángulo isósceles cuyos catetos miden 11cm. De todos los rectángulos que se pueden dibujar, ¿cuál es el de mayor área?<sup>4</sup>*

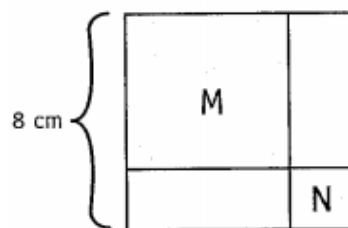


Análisis: realizar un análisis del problema.

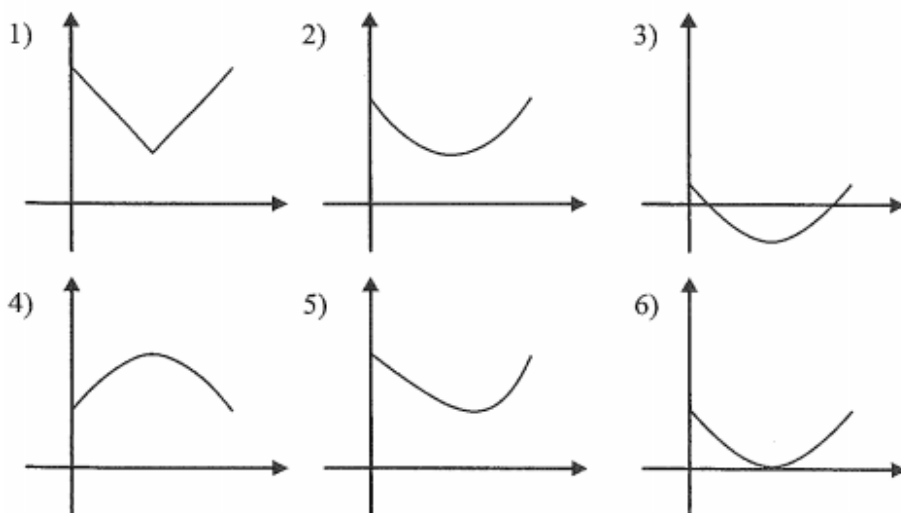
**Actividad 2:**

Resolver el siguiente problema

*Problema 2: En un cuadrado de lado 8cm se trazan dos segmentos paralelos a los lados. Dentro del cuadrado quedan determinados los cuadrados M y N.*



- a. Si el lado del cuadrado N mide 3cm, ¿cuál es el área sombreada?
- b. ¿Y si el lado del cuadrado N mide 5,7cm?
- c. ¿Habrá algún valor del lado del cuadrado N tal que el área de la región sombreada sea mayor que  $45\text{cm}^2$ ? ¿Y menor?
- d. ¿Habrá algún valor del cuadrado del lado N tal que el área dé igual a  $43,38\text{cm}^2$ ?



e. Decidir cuáles de los siguientes gráficos puede representar el área sombreada en función del lado del cuadrado N.

i. Analizar las posibles estrategias de resolución de los estudiantes.

<sup>4</sup> Extraído de Giuliani, Diana y Segal, Silvia. (2008) Modelización matemática en el aula. Posibilidades y necesidades. Libros del Zorzal.



Ver pág 98-99 de Modelización matemática en el aula. Giuliani, Diana.

### Actividad 3:

Problema de los fósforos: presentación y lectura de los procedimientos de los chicos.

### Modelización intramatemática

La Matemática no podría haber evolucionado si solo se hubiese nutrido de los problemas provenientes de contextos por fuera de ella. Si bien la Historia ilustra cómo muchos conceptos y procedimientos matemáticos surgieron de esa manera, no menos cierto es que la posibilidad de la Matemática de plantear problemas dentro de sí misma es el motor de su permanente crecimiento.

La modelización intramatemática pone el acento en la búsqueda de modelos generales para los cuales las técnicas emergentes en situaciones locales sean sólo casos particulares. (Ver ejemplo de distribución de fósforos) los alumnos tienden a buscar o bien una técnica aritmética (la cuenta) con los números que figuran en el enunciado, o un procedimiento empírico (dibujar la distribución). Sólo el modelo algebraico permite la generalización.

Cuando trabajamos ese problema un alumno descubrió que si multiplicaba la cantidad de triángulos por 3 y le sumaba 2, obtenía la cantidad de fósforos. Fue el momento propicio para discutir con los alumnos en qué nos favorecía conocer el comportamiento matemático de la distribución de fósforos.

Lo interesante de este trabajo, es que cuando logramos arribar a la fórmula  $F = 3T+2$ , varios alumnos preguntaron si siempre era así, interpretando que siempre es la misma fórmula. Esto generó una discusión que nos permitió avanzar sobre las expresiones de la forma  $y = mx + b$ . ¿De qué manera? Los alumnos propusieron armar distintos diseños manteniendo un patrón

Patricia Sadovsky (2005: 31) sostiene que la modelización permite apreciar el trabajo matemático de una manera mucho más integrada en la medida que posibilita ver el funcionamiento de problemas, técnicas, representaciones y demostraciones.

En general, la insuficiencia de algunas herramientas plantea la necesidad de inventar nuevas técnicas y nuevos modos de representar más potentes o más ajustados; al hacerlo pueden surgir nuevas relaciones y se puede acceder a perspectivas más generales. La reflexión sobre los problemas puede dar lugar a conjetura, a la identificación de propiedades que podrán –o no- reformularse en organizaciones teóricas que funcionen más o menos descontextualizadas, de los problemas que les dieron origen.

### Puesta en común

Durante la puesta en común se planteará la posibilidad de continuidad de la propuesta incorporando problemas del contexto intramatemático, según el grupo clase de cada uno. Este espacio permitirá no solo reflexionar sobre las posibles estrategias de resolución, sino también anticipar procedimientos de los alumnos, discutir acerca de la gestión del problema:

por ejemplo, si la actividad la van a realizar en parejas o en grupos, cómo intervenir en los pequeños grupos, qué estrategias recuperar en la puesta en común, entre otras.

### Tercer Momento: Confección de la grilla de Autoevaluación

#### Grilla de Autoevaluación-Ateneo de Matemática-Nivel Secundario

Aspectos a tener en cuenta	En el desarrollo del Ateneo
<p>En relación con:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• El análisis y reflexión sobre los saberes abordados en el Ateneo y su vínculo con la práctica.</li>   <li>• La importancia de la construcción de acuerdos colectivos. Enumeración de ellos.</li>   <li>• Otros aspectos que consideren valiosos de rescata</li> </ul>	

Docente:.....

### Cuarto Momento:

<p><b>Cuarto Momento</b> (TIEMPO DE TRABAJO ESTIMADO: de 15 min)  <b>Presentación de la encuesta online para los participantes</b></p>
<p>En esta oportunidad queremos acercarles una encuesta digital referida al Ateneo de Matemática de la Modalidad Especial en el que participó en el marco del Programa Nuestra Escuela. La misma es parte de las acciones del Eje Seguimiento y Monitoreo del Programa.</p>

Nos interesa contar con su mirada respecto a la propuesta de Ateneo en sus dimensiones organizativas y pedagógicas, a fin de mejorar los dispositivos de formación.

Consideraciones para responder encuesta:

- La encuesta es remitida vía enlace por correo electrónico.
- Acceder al siguiente link.  
[https://tic.lapampa.edu.ar/edutic/index.php?option=com\\_rsform&formId=73](https://tic.lapampa.edu.ar/edutic/index.php?option=com_rsform&formId=73)
- Se pueden utilizar todos los caracteres (letras, números, acentos, comas, puntos, etc).

Ante cualquier duda o dificultad, por favor comunicarse con la oficina del Programa.

Datos de contacto:

Subsecretaría de Coordinación  
O'Higgins 660- Oficina 118  
TEl. [02954-453444](tel:02954-453444) int 129  
[formacionpermanente@mce.lapampa.gov.ar](mailto:formacionpermanente@mce.lapampa.gov.ar)

Muchas Gracias

Equipo Provincial Nuestra Escuela

**Importante:** Este documento es la contextualización jurisdiccional del *Ateneo 1 para el Ciclo Básico: Los surtidores de nafta. Un escenario para producir modelos lineales y Ateneo 2 para el Ciclo Orientado: El trabajo de modelización a partir de videos en el ámbito de funciones cuadráticas*, propuestos por el Instituto Nacional de Formación Docente del Ministerio de Educación y Deporte, en el marco del Programa Nuestra Escuela, para el Ciclo Lectivo 2017.

### Materiales de referencia

- Coll, P. [et. al.] (2016) Matemática 1, 2111: guía de problemas. Moreno: UNM Editora. Disponible en:  
<http://www.unm.edu.ar/repositorio/dcaytcuadernosdecatedra/matematica2111.pdf>
- Sadovsky, P. (2005) Enseñar Matemática Hoy. Miradas, sentidos y desafíos, pp. 26-32. Buenos Aires, Libros del Zorzal. La noción de modelización.
- Educación para todos: asociación civil; Ministerio de Cultura y Educación de la Nación; OEI; UNICEF. (2010) El desarrollo de capacidades y las áreas de conocimiento.

- Ministerio de Cultura y Educación. Provincia de La Pampa. (2009). Materiales Curriculares del Nivel Secundario. Ciclo Básico.
- Ministerio de Cultura y Educación. Provincia de La Pampa. (2013). Materiales Curriculares del Nivel Secundario. Ciclo Orientado.
- Ministerio de Cultura y Educación de la Nación (2010). El desarrollo de capacidades y las áreas de conocimiento. Educación para todos: asociación civil – OEI – UNICEF

Disponible en: <https://www.unicef.org/argentina/spanish/Ministerio.pdf>

- Sadovsky, Patricia. (2005). Capítulo 1: La actividad matemática como “asunto” de la enseñanza. Enseñar matemática hoy. Miradas, sentidos y desafíos. Buenos Aires: Libros del Zorzal. Disponible en:

<https://educra.cl/wp-content/uploads/2015/06/DOC-Enseñar-matemática-hoy-Miradas-sentidos-y-desafíos.pdf>

también disponible en:

<http://docplayer.es/31045622-Capitulo-1-la-actividad-matematica-como-asunto-de-la-ensenanza.html>

- Segal, Silvia y Giuliani, Diana Modelización matemática en el aula. Posibilidades y necesidades. Buenos Aires: Libros del Zorzal, 2008. 120 pp

[file:///C:/Users/Lucy/Documents/Plan%20Nuestra%20Escuela%20provincia/2017/ateneos/secundaria/Cap%C3%ADtuloV\\_Modelizaci%C3%B3n\\_Matem%C3%A1tica\\_en\\_el\\_Aula.pdf](file:///C:/Users/Lucy/Documents/Plan%20Nuestra%20Escuela%20provincia/2017/ateneos/secundaria/Cap%C3%ADtuloV_Modelizaci%C3%B3n_Matem%C3%A1tica_en_el_Aula.pdf)