

Secuencia de saberes geométricos sobre polígonos Macachín¹

Actividad 1

En el marco de un proyecto que dará sentido a la propuesta –por ejemplo, construir móviles, esculturas o bien maquetas–, se presenta al grupo una variedad de cajas de cartón de diversas formas: prismas con base rectangular o cuadrada y cubos. Se organiza la clase en parejas y se les entrega una caja y papeles de colores. Luego se plantea una consigna orientada a que forren cada cara de la caja con un color diferente y con la condición de cortar el papel sin que sobre ni falte.

Luego de que cada grupo haya forrado una caja, pegando cada recorte sobre la cara correspondiente, se discutirá sobre la manera en que resolvieron la tarea, intentando entre todos extraer algunas conclusiones o “consejos” para tener en cuenta al momento de forrar las cajas que aún no están forradas.

Actividad 2

La actividad se repetirá atendiendo a los consejos que los alumnos redactaron en un cartel o en el cuaderno. En esta segunda actividad, es necesario que las cajas tengan nuevas formas y diversos tamaños, por lo que incluiremos, además de prismas con base rectangular o cuadrada y cubos, prismas con base triangular y cilindros. Las cajas podrían ser los envases de algunos productos, como medicamentos, golosinas, algunos alimentos, objetos de perfumería, lencería, etcétera.

Actividad 3

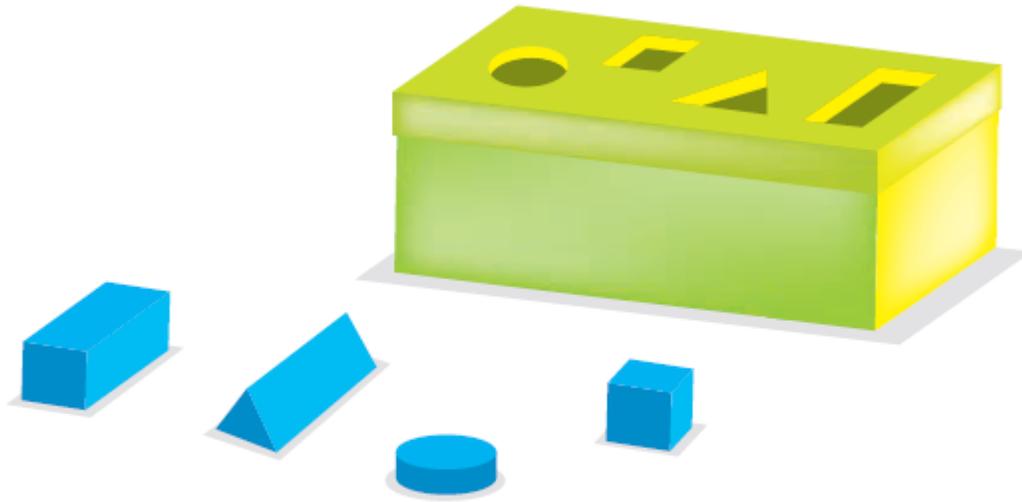
Se plantea la misma tarea con una caja del tipo de las incluidas en la Actividad 1, ubicada a una distancia significativa de los niños, que puede ser una mesa alejada, un escritorio, la biblioteca, etc. La caja seleccionada deberá cumplir

¹ Las actividades propuestas pertenecen a la serie: Cuadernos para el aula, Matemática 4, 5 y 6. Ministerio de Educación, Ciencia y Tecnología de la Nación. 2007.

con la siguiente condición: tener mayores dimensiones que las cajas con las que vinieron trabajando hasta el momento.

Para resolver esta nueva propuesta, la clase estará organizada en grupos de 4 niños. Todas las veces que el grupo así lo requiera, uno de sus integrantes será el encargado de acercarse a la caja para buscar la información necesaria para resolver adecuadamente la tarea. Luego de discutir cómo realizarla, los niños cortarán los papeles. Cada grupo verificará el resultado de sus decisiones al superponer su papel con el cuerpo dado.

Actividad 4



Se trata de proponer a los niños que fabriquen una “tapa con agujeros” para la caja grande, de modo que todas las cajitas puedan pasar y quedar dentro. Para esto, se colocan sobre el escritorio el conjunto de cajitas y una caja grande, como las de zapatos, se organiza la clase en grupos y se reparte a cada uno una hoja del mismo tamaño de la tapa de la caja grande. A continuación se puede dar una consigna como la siguiente, para que cada grupo trabaje solo:

- Dibujen en la hoja las formas de los agujeros que tenemos que hacer en la tapa de la caja grande para que puedan pasar “justo” por ellos todas las cajitas. Decidan si cada cajita puede pasar por uno o más agujeros y expliquen por qué.

Al dibujar la forma de los agujeros, los chicos tendrán que anticipar lo que ocurriría si tuvieran que hacer pasar las cajitas por los agujeros, considerando las formas de las diferentes caras de los cuerpos y sus tamaños respectivos. Luego, en una puesta en común, se podrá discutir sobre las formas y los tamaños de los dibujos y las razones por las que los eligieron. Según la colección de cajitas o de cuerpos de la que se disponga, sería posible descubrir que, por ejemplo, un prisma de base cuadrada puede pasar por dos agujeros, uno de forma cuadrada y otro rectangular, pero un cubo sólo pasa por uno, y otro prisma rectangular podría pasar por tres orificios.

Con el mismo propósito de describir un cuerpo en función de las formas de sus caras, podemos proponer otra actividad con el mismo conjunto de cajitas de la actividad anterior. Se trata de asociar cada cuerpo con los dibujos del mismo, realizados desde diferentes puntos de vista.

Para esto, podemos colocar en el centro de cada grupo de 4 o 5 chicos una mesa con un cuerpo y dar una consigna como la siguiente: *Cada uno tiene que elegir la cara del cuerpo que tiene más cerca y dibujarla desde su lugar.* Luego,

mostraremos las distintas imágenes de un mismo cuerpo al grupo de la clase para que elijan el cuerpo dibujado en cada caso y expliciten desde qué lugar se dibujó cada uno de los dibujos.

Para describir y/o comparar figuras, podemos proponer juegos en los que los chicos necesiten reconocer figuras por la clase a la que pertenecen o por la explicitación de alguna de sus propiedades geométricas, dadas por las relaciones entre sus elementos¹². Por ejemplo:

Actividad 5

A medida que se desarrollan las actividades de descripción y comparación, se pueden ir registrando en afiches o en carpetas las características necesarias y suficientes que han permitido reconocer y describir los cuerpos y las figuras sobre los que se ha trabajado.

Por ejemplo, si se ha trabajado con la construcción de “esqueletos” con varillas y bolitas de plastilina para los cuerpos:

Cuerpos redondos: no se pueden armar con varillas, no tienen caras planas.

Cuerpos poliedros: sí se pueden armar con varillas, tienen varias caras planas.

Prismas: tienen un par de caras paralelas e iguales.

Pirámides: tienen varias caras iguales que se juntan en una punta.

Conos: no se pueden armar con varillas, tienen una punta (cúspide) y un círculo.

Cilindro: tienen dos caras planas y otra curva.

Para proponer una actividad de **comparación de semejanzas y diferencias**, es importante seleccionar los cuerpos según las propiedades que deseemos trabajar. Por ejemplo, si apuntamos a la distinción de los poliedros y no poliedros, y en cada caso nos proponemos distinguir los prismas de las pirámides; y los conos de los cilindros y de las esferas, entonces los cuerpos que incluiremos serán prismas rectos de diferentes bases, incluyendo un cubo, pirámides rectas de diferentes bases, un cono, un cilindro y una esfera.

Colocando en el centro del aula diferentes cuerpos, uno de cada clase, podemos proponer consignas para resolver por grupos, por ejemplo:

- Agrupen los cuerpos por su parecido y expliquen por qué los juntaron de esa manera.
- Si los agrupo de esta manera (el docente muestra determinada forma de agruparlos), ¿dónde ubicarían este cuerpo? (muestra un cuerpo que no estaba incluido en la colección anterior).
- ¿Qué tendrían en cuenta para formar, con todos los cuerpos, solo dos grupos de cuerpos?

Actividad 6

Organización del grupo: se divide la clase en cuatro o cinco grupos.

Materiales: a cada grupo se le entrega cartulina, cinta adhesiva, tijera. Sobre el escritorio se coloca un cubo de 6 cm de arista y un prisma de base cuadrada de 6 x 6 x 9 cm, contruidos ambos con cartulina.

Desarrollo: el docente plantea a los chicos que *tienen que construir los mismos cuerpos en cartulina, pero tratando de tener que pegar lo menos posible y de usar poca cinta adhesiva, porque deforma el cuerpo.*

Actividad 7

Los docentes aportan que sería conveniente incluir una actividad que trabaje con números naturales antes que la propuesta como 7

Se organiza la clase en parejas y se les plantea el siguiente problema:

- Para armar una caja de tapas rectangulares, se quiere hacer un ensamblado plegando y pegando. Las medidas de sus aristas deben ser: 3,5 cm, 6 cm y 4,5 cm. Para hacerlo, ya se ensamblaron dos caras laterales así:



- Propongan una forma de completar el desarrollo plano con las caras que faltan y dibujen la tapa de la caja.

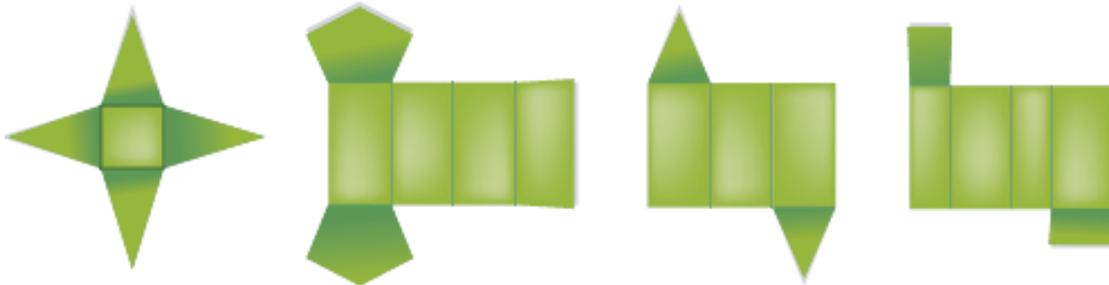
Actividad 8

Los docentes aportan que sería conveniente incluir una actividad previa que permita armar el cuerpo y luego la que presenta dificultades incluida como 8

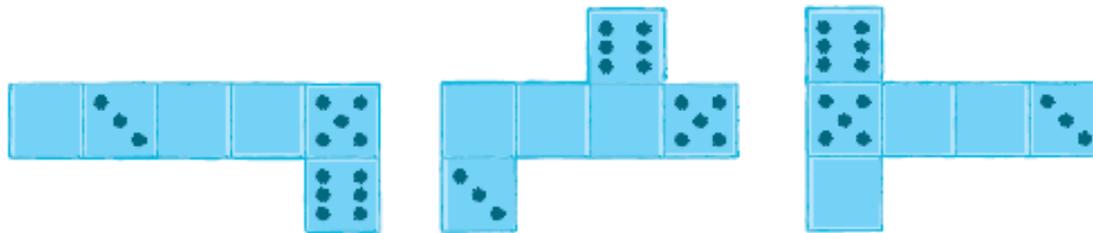
• Sabiendo que con algunos de estos dibujos no se pueden armar cuerpos, respondé.

a) ¿Con cuáles no se puede y por qué?

b) ¿Qué cuerpos de los que hay en la caja de materiales se pueden armar con los que sí son desarrollos planos?

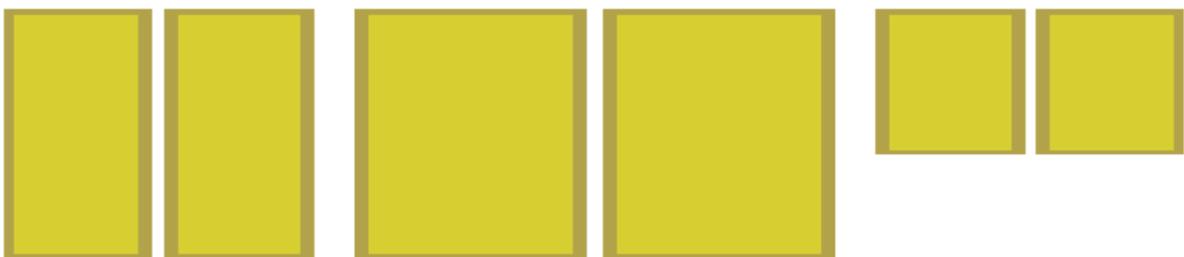


• ¿Con cuáles de estos desarrollos planos podrías armar un dado? En los que sea posible, marcá cómo quedarían distribuidos los puntos que corresponden a cada cara teniendo en cuenta que las caras opuestas suman 7.



Actividad 9

1. ¿Es posible construir un prisma utilizando las siguientes figuras como caras del mismo?



Actividad 10

A través de un afiche se presentan diferentes figuras, los alumnos tendrán que elegir cuáles le sirven para armar un prisma

2. a) ¿Qué forma deberían tener las caras laterales de un prisma si su base fuera cada una de las siguientes figuras?

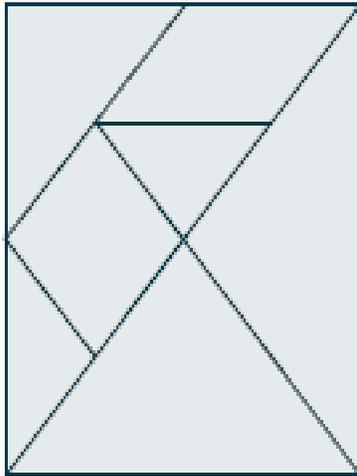


b) ¿Cómo podrían ser las caras laterales de un prisma si las bases son trapecios?

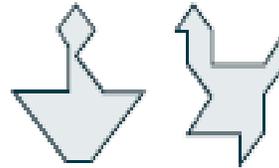
c) ¿Es posible construir prismas con cada una de las siguientes figuras como caras laterales?



Actividad 11



El Tangram es un juego chino muy antiguo llamado Chi Chiao Pan, que significa tabla de la sabiduría. El rompecabezas tiene 7 piezas que forman un cuadrado, y con ellas se pueden construir diferentes formas.



Para jugar en la clase cada uno tiene que hacer su propio Tangram en cartulina.

En Internet hay muchos sitios donde se puede jugar on line: se muestra una silueta y el desafío es descubrir qué piezas se necesitan para armarla y cómo hay que colocarlas.

<http://www.matemath.com/juegos1.php?cadena=1-3>

<http://www.ageofpuzzles.com/Publications/PuzzleClassicsAtG4G7/PuzzleClassicsAtG4G7.htm>

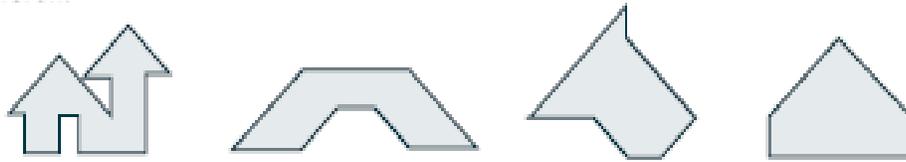
I. La construcción del Tangram

- Conversá con un compañero para decidir cómo hacer un cuadrado de 12 cm de lado en una cartulina.
- Hacé el cuadrado, copió las divisiones del Tangram y recortá las piezas. Tené en cuenta que siempre se trata de marcar los puntos medios de los lados.
- Usá las siete piezas para armar distintas figuras. Elegí una y copió el contorno en una hoja.

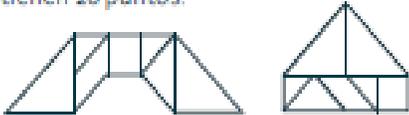
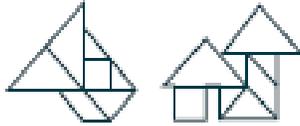
Actividad 12

II. El juego del Tangram

Para jugar, en parejas, van a necesitar además del Tangram de cada uno, siluetas como las que hicieron.



Cada pareja debe armar, en 10 minutos, dos siluetas distintas eligiendo entre las que ya tienen o a partir de otras que les dé su maestro. Luego se comparan las figuras producidas por los grupos para asignar puntaje.

<p>Si en la figura, los lados de las piezas coinciden exactamente con uno o dos lados de otras piezas, se obtienen 20 puntos.</p> 	<p>Si hay piezas que se "tocan", pero no coinciden totalmente los lados se obtienen 10 puntos.</p> 
---	---

Se juegan tres rondas y gana el equipo que hizo más puntos.

Para responder después de jugar:

¿Qué conviene tener en cuenta para ganar más puntos en el juego?

Es posible recuperar todo el repertorio de figuras que pueden armarse, así como otros rompecabezas en las páginas citadas en la actividad.

Actividad 13

I. ¿Cuántos rectángulos distintos es posible armar con todas o algunas de las piezas del Tangram?

a) Formen un grupo con 2 o 3 compañeros y armen, juntos, un rectángulo.

b) Comparen la figura obtenida con las que hicieron los compañeros. ¿Cuántos rectángulos distintos pudieron armar? En todos los casos deben explicar por qué la figura obtenida es un rectángulo.

c) Al cuadrado, ¿lo podemos contar como rectángulo? ¿Por qué?

d) Si un compañero dice que para saber si la figura es un rectángulo no hace falta comprobar con escuadra, porque en el Tangram los ángulos de las piezas son rectos o son mitades de rectos. ¿Piensan que tiene razón?

II. Después de realizar la parte I, algunos chicos conversaron sobre cómo decidir si un dibujo de un rectángulo está bien hecho o no. Decidí si estás de acuerdo o no con lo que dijeron:

a) Para comprobar si un dibujo es un rectángulo mido los lados con la regla para ver si son iguales y comparo los ángulos con la escuadra.

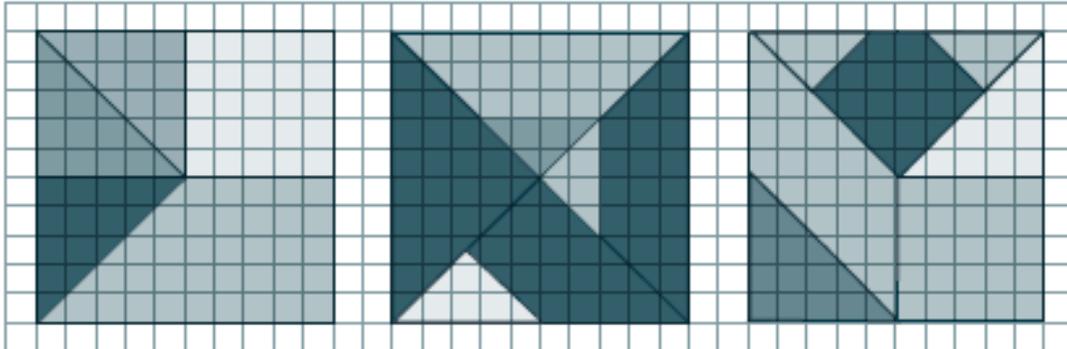
b) Si el dibujo se dobla por la mitad y los lados coinciden, son iguales.
Si el ángulo se dobla por la mitad y coincide, es recto.

c) Si la figura se apoya sobre papel cuadriculado y coinciden las puntas no hace falta la escuadra ni la regla para saber que es un rectángulo.

d) Cuando no tenés escuadra ni papel cuadriculado, podés doblar un papel cualquiera dos veces de modo que queden dos marcas perpendiculares y te hacés una escuadra de papel para comparar los ángulos.

Actividad 14

Además del modelo tradicional hay muchos otros rompecabezas geométricos,



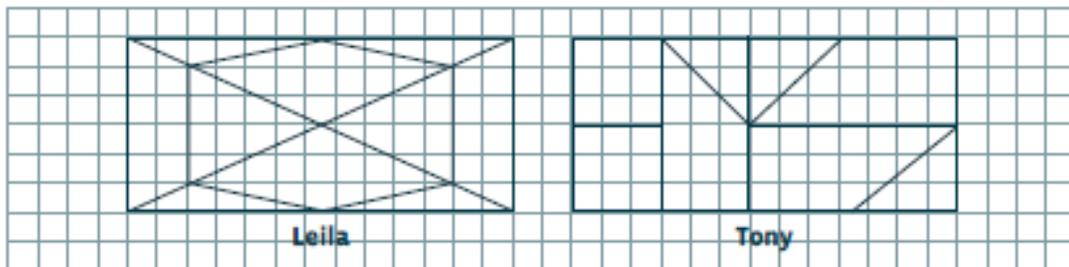
I a) Reúnanse en grupos, elijan un modelo y cópienlo en papel cuadrículado. Si quieren hacerlo más grande usen una cuadrícula de 1 cm de lado.

b) ¿Qué datos de las figuras tuvieron en cuenta para hacerlo?

c) Si un compañero dice que hay un rompecabezas que es más fácil de construir que los otros porque sólo hay que tener en cuenta los puntos medios de los lados para marcar las piezas, ¿pensás que tiene razón? ¿Por qué?

II Para hacer otros rompecabezas Leila y Tony hicieron estos dibujos.

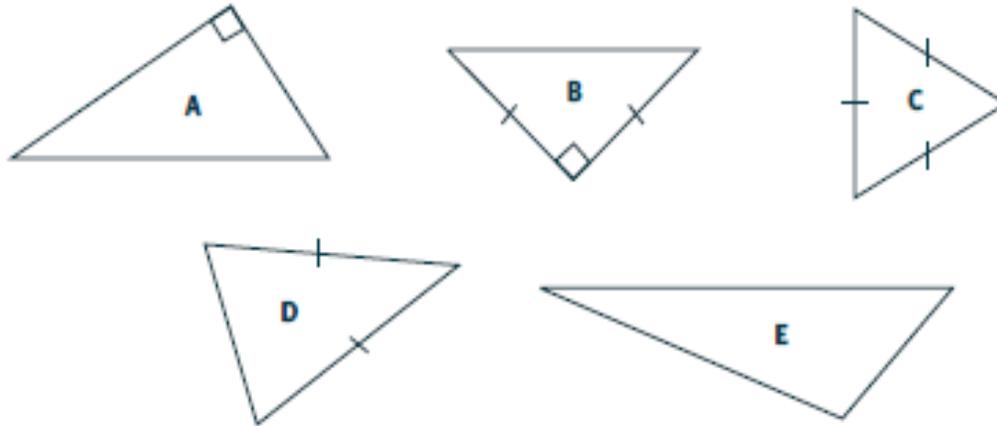
a) ¿Cuál elegirías para armar nuevas figuras? ¿Por qué?



b) ¿Leila puede hacer un rectángulo nuevo con sus piezas? ¿Y Tony? ¿Por qué?

Actividad 15

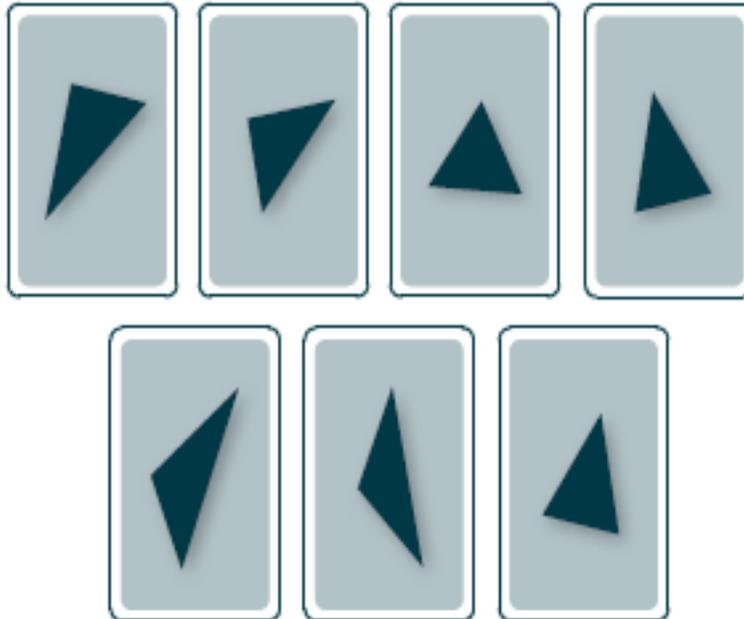
- I. a)** Dados los siguientes triángulos, en los casos en que sea posible, agregá otro igual a cada uno de tal manera que quede formado un rectángulo. Tené en cuenta que, los lados marcados son iguales y que los ángulos rectos están señalados con



- b)** ¿En qué casos pudiste armar un rectángulo? ¿Por qué?
- c)** ¿Es cierto que como el triángulo C tiene todos sus lados iguales, con dos de ellos se forma un cuadrado que también tiene todos los lados iguales?
- d)** ¿Es cierto que con 2 triángulos D se puede formar un rombo y con 2 triángulos B no? ¿Por qué?
- e)** Compará, sin usar la escuadra, los triángulos que se forman uniendo:
- dos triángulos A,
 - dos triángulos B.
- ¿En algún caso se puede asegurar que el nuevo triángulo tiene un ángulo recto? ¿Por qué?

Actividad 16

Para jugar, en grupos de 4 alumnos en los que una pareja juega contra la otra, van a necesitar 7 cartas con triángulos diferentes.



Se colocan las cartas boca arriba, de modo que todos las vean. Cada pareja elige una de las figuras sin que la otra escuche y anota en un papel las características de ese triángulo. A continuación, los contrincantes deberán descubrir de qué figura se trata, haciendo el menor número posible de preguntas que sólo puedan responderse por sí o por no. Cuando descubren la figura, se leen las características para asegurarse de que sea la correcta y se anota cuántas preguntas hicieron. Después de jugar 3 o 4 rondas, gana el equipo que hizo menos preguntas.

Para responder después de jugar:

- a) Analía sostiene que todos los triángulos que tienen un ángulo recto, tienen lados de diferentes medidas. ¿Es cierto? ¿Por qué?
- b) Eva dice que los triángulos pueden tener sólo un ángulo recto o mayor que un recto. ¿Es posible un triángulo con dos ángulos rectos? ¿Por qué?

Actividad 17

I. Completá el dibujo de tres triángulos a partir de los datos que se dan, usando regla y escuadra

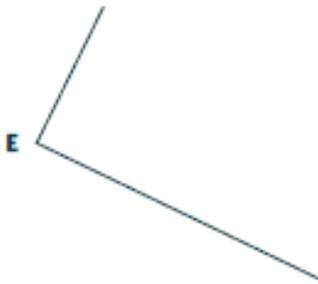
a) AB es uno de los lados del ángulo recto de un triángulo isósceles rectángulo.



b) CD es un lado de un triángulo isósceles .



c) E es un vértice de un triángulo isósceles rectángulo.



II. Para cada construcción comparen sus triángulos con los de sus compañeros.

a) ¿En qué se parecen? ¿Qué diferencias tienen?

b) Si calcan los dibujos, ¿piensan que podrían superponer algunos de modo que coincidan sus vértices?

En la actividad 17 los docentes proponen realizar la construcción en dos etapas, inicialmente un triángulo isósceles y con posterioridad, un triángulo rectángulo.

Actividad 17 complementaria

Presentar diferentes cuadriláteros (puede ser con las cartas) donde los alumnos los agrupen por distintas propiedades, analizando coincidencias y diferencias.

Actividad 18

Si se puede, mostrará un ejemplo haciendo un dibujo. Si no se puede explicará por qué o anotará qué información falta para que sí se pueda.

I. ¿Se puede armar un cuadrado combinando dos recortes iguales con forma de...?

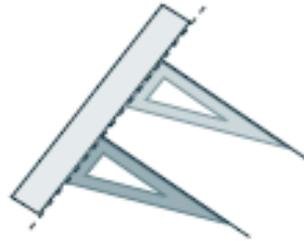
- a) rectángulos.
- b) triángulos equiláteros.
- c) triángulos rectángulos.

II. ¿Se puede dibujar una figura que tenga...?

- a) cuatro lados iguales y ningún ángulo recto.
- b) un ángulo recto y ningún lado igual.
- c) solo tres lados y dos ángulos rectos.

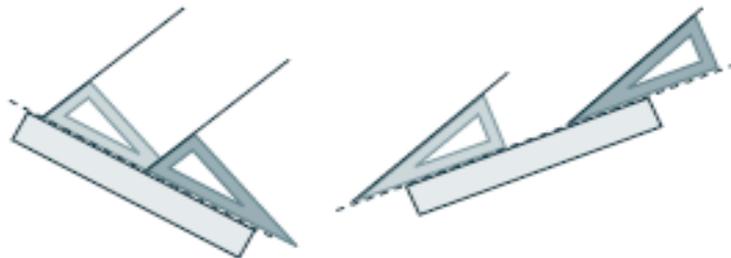
Actividad 19

De modo similar al que se usó al dibujar las tiras en la tarea, para trazar segmentos paralelos con regla y escuadra, podemos dibujar segmentos perpendiculares a otro segmento auxiliar que no dibujamos.



La posición en la que se ubica la regla es la de ese segmento.

También se pueden usar otros ángulos de la escuadra para trazar segmentos paralelos ya que lo importante es que mantengan la misma “inclinación”, el mismo ángulo, con respecto al segmento auxiliar que se toma como referencia.



I. Dibujá un cuadrado en una hoja lisa usando regla y escuadra teniendo en cuenta el procedimiento anterior.

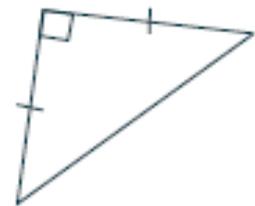
II. Nahuel escribió estas instrucciones para hacer una figura.

Trazá un segmento de 4 cm. Con la escuadra marcá dos perpendiculares al segmento y en esas perpendiculares marcá un segmento de 6 cm en cada una. Uní los extremos de los segmentos.

a) Seguí el instructivo paso a paso y hacé el dibujo.

b) Compará tu dibujo con el de un compañero. ¿Les quedó la misma figura? Si no es así, revisen el instructivo y las construcciones para tener la misma figura.

III. a) Escribí las instrucciones para que un compañero, logre realizar un cuadrado a partir de este triángulo que tiene lados iguales y un ángulo recto usando regla graduada y escuadra sobre papel liso. El lado del cuadrado tiene que coincidir con uno de los lados iguales del triángulo.



b) Compará tus instrucciones con las de un compañero, hagan los dibujos y revisen si ambas permiten obtener el cuadrado pedido. Si es necesario corrijan las instrucciones.

Actividad 20

En grupos, cada alumno tiene una hoja en la que se han dibujado un rectángulo de 6 cm por 10 cm, un cuadrado de 6 cm por 6 cm y un rombo con diagonales de 10 y 6 cm.

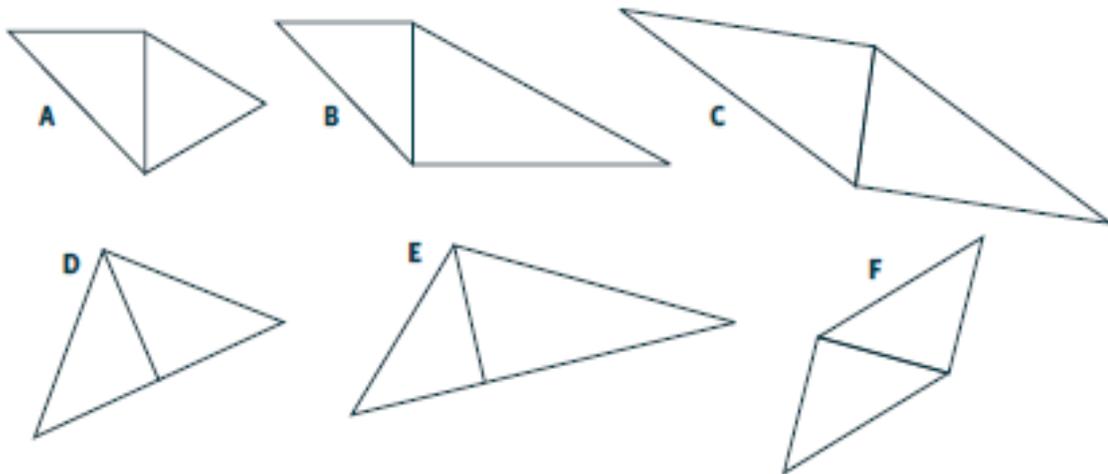


- Corten cada cuadrilátero en dos triángulos iguales. Asegúrense de tener todos los triángulos distintos posibles.
 - Con los triángulos obtenidos de la actividad anterior armen diferentes cuadriláteros, uniendo dos de ellos. ¿Qué tipos de cuadriláteros pueden formar?
 - Elijan uno de los cuadriláteros que armaron y elaboren un mensaje que permita que otro compañero arme la misma figura.
- II. En el grupo de Nahuel hicieron este mensaje:

Elegir un triángulo rectángulo.

Buscar otro triángulo rectángulo y unirlos con el anterior haciendo coincidir los lados cortos

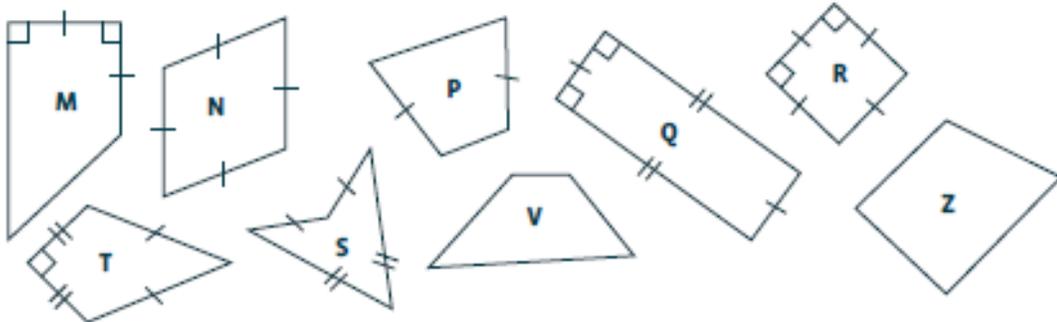
Los chicos que recibieron el mensaje hicieron estas figuras:



- ¿Todas las figuras cumplen las condiciones del mensaje? ¿Por qué?
- ¿Qué propiedades tienen los cuadriláteros que cumplen las condiciones? ¿Cómo lo sabés?
- ¿Qué habría que agregar al mensaje para que se pudiera hacer la figura F? ¿Y la figura B?

Actividad 21

Para hacer esta actividad reúne en grupo con 2 o 3 compañeros.



a) Completá el cuadro indicando en qué casillero va cada uno de los cuadriláteros dibujados.

	Ningún par de lados iguales	Solo un par de lados iguales	Dos pares de lados iguales entre sí	4 lados iguales	Nombre
NINGÚN par de lados paralelos					Trapezoides
Solo UN PAR de lados paralelos					Trapecios
DOS PARES de lados paralelos					Paralelogramos

b) Dibujá un cuadrilátero que pueda ir en la casilla correspondiente a 2 pares de lados paralelos y 2 pares de lados congruentes entre sí, que no sea un rectángulo.

Actividad 22

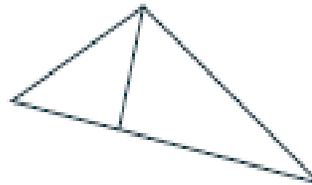
I. Nahuel y Diego siguen discutiendo acerca de las características de las figuras que se formaron con los recortes:

Nahuel: *para mí este triángulo es rectángulo, porque se formó a partir de dos triángulos rectángulos.*

Diego: *para mí no. Los ángulos agudos del triángulo chiquito son mitad de un recto, porque ese triángulo es la mitad del cuadrado. En el rectángulo, eso no pasa. Hay un agudo que mide menos y otro que mide más de la mitad de un recto. Entonces el de “arriba”, aunque no parece, es un ángulo obtuso.*

a) ¿Con quién estás de acuerdo?

b) ¿Cómo se puede mejorar la explicación de Diego para que quede más claro de qué ángulos se habla?



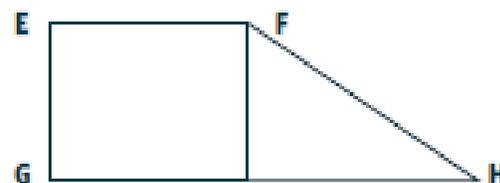
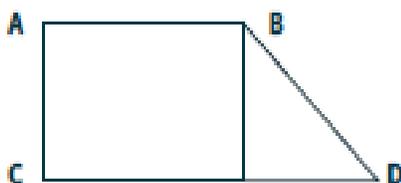
II. a) ¿Cuánto miden los ángulos de estas figuras, formadas por triángulos rectángulos isósceles?



b) ¿Es cierto que la suma de los ángulos de todos estos cuadriláteros es igual a cuatro ángulos rectos? ¿Cómo lo explicarías?

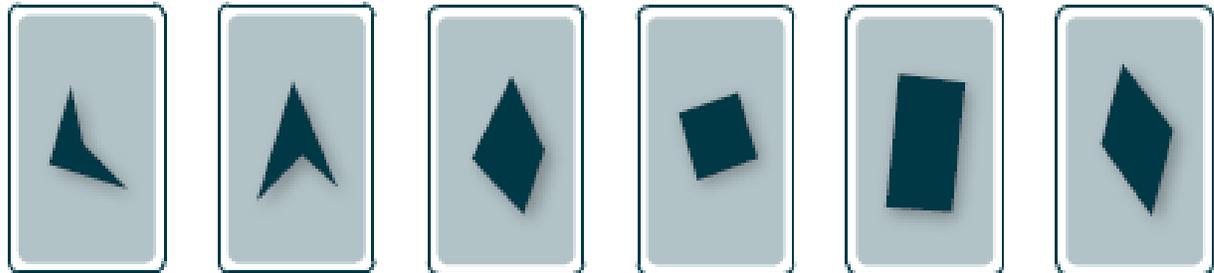
c) Explicá por qué en un triángulo rectángulo, la suma de los ángulos agudos es un ángulo recto, o sea, mide 90° .

d) ¿Podrías decir cuánto mide cada uno de los ángulos interiores de los siguientes cuadriláteros ABCD y EFGH? ¿Y la suma de los ángulos interiores?



Actividad 22 complementaria

Para jugar en grupos de 4 alumnos, en los que una pareja juega contra otra, van a necesitar 12 cartas con cuadriláteros para cada grupo.



Se colocan las cartas boca arriba, de modo que todos las vean.

Por turno, cada pareja elige una de las figuras sin que la otra escuche y anota en un papel las características de ese cuadrilátero. A continuación, los contrincantes deberán descubrir de qué figura se trata, haciendo el menor número posible de preguntas que sólo puedan responderse por sí o por no.

Cuando descubren la figura, se leen las características para asegurarse de que sea la correcta y se anota cuántas preguntas hicieron. Después de jugar 3 o 4 rondas, gana el equipo que hizo menos preguntas.

Para pensar después de jugar:

Estas son algunas preguntas que hizo una pareja al jugar.

- ¿Tiene dos pares de lados paralelos?, ¿Tiene más de un ángulo recto?

- ¿Las diagonales son iguales?, ¿Tiene ángulos "para adentro"?, ¿Tiene todos los lados "iguales"?

¿Cuáles te parecen "buenas preguntas"? ¿Por qué?

I.

a) Colocá las 12 cartas boca arriba e indicá:

- ¿Cuántas tienen dos pares de lados paralelos?
- ¿Cuántas tienen más de un ángulo recto?...
- ¿Cuántas tienen sus diagonales iguales?.....

b) Si sólo pudieras hacer dos preguntas para identificar al paralelogramo, ¿cuáles serían?

c) ¿Y si hubieran elegido el trapecio isósceles?

d) ¿Hay figuras más fáciles de identificar con pocas preguntas? ¿Por qué?

II. A partir de las preguntas, los chicos decidieron armar condiciones para construir cuadriláteros. Decidí en qué casos es posible dibujar un cuadrilátero que tenga:

a) cuatro ángulos iguales no rectos,

b) dos pares de lados paralelos y no perpendiculares entre sí,

c) un par de lados congruentes y un par de lados paralelos.

En cada caso, si se puede construir una o varias figuras, hacé el o los esquemas correspondientes. Si no, explicá por qué.

Actividad 23

a) Javier dice que siempre que el cuadrilátero tiene dos pares de lados congruentes entre sí, tiene dos pares de lados paralelos.

Moni dice que el rombo tiene dos pares de lados congruentes, pero no tiene pares de lados paralelos.

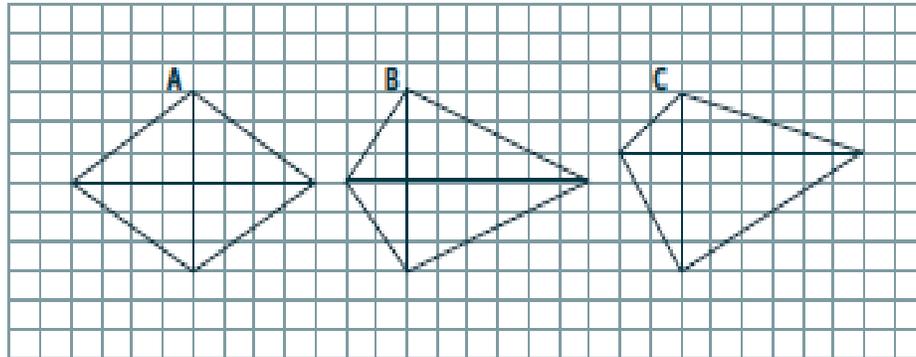
¿Con quién de ellos estás de acuerdo? ¿Por qué?

b) Discutí con tus compañeros si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas.

- Los cuadrados tienen dos pares de lados paralelos.
- Los rectángulos son paralelogramos.
- Los rombos tienen dos pares de lados paralelos.
- Los trapecios pueden tener hasta dos ángulos rectos.

Actividad 24

Unos chicos consiguieron varillas de 80 cm y 60 cm de largo para fabricar armazones de barriletes. Quieren utilizar dos varillas diferentes que se corten en forma perpendicular para el armazón y luego cubrir con papel de colores. Como no tienen papel suficiente del mismo color deciden combinar 4 triángulos de distintos colores. Nacho dibuja en papel cuadriculado y analiza diferentes alternativas, con varillas de diferente longitud y dibuja los modelos A, B y C.



- Para cubrirlos con papel, ¿qué triángulos tendrían que recortar para cada modelo?
- Guille pensó en otros modelos en los que usó dos varillas 80 cm que también se cortan en forma perpendicular. Él dice que eso cambia la forma de los papeles para el barrilete ¿Tiene razón? ¿Por qué?
- ¿Cuál o cuáles de los modelos elegirían ustedes para hacer un barrilete? ¿Por qué?

Pensando en la forma de los barriletes como cuadriláteros y en las varillas como diagonales, completá este cuadro:

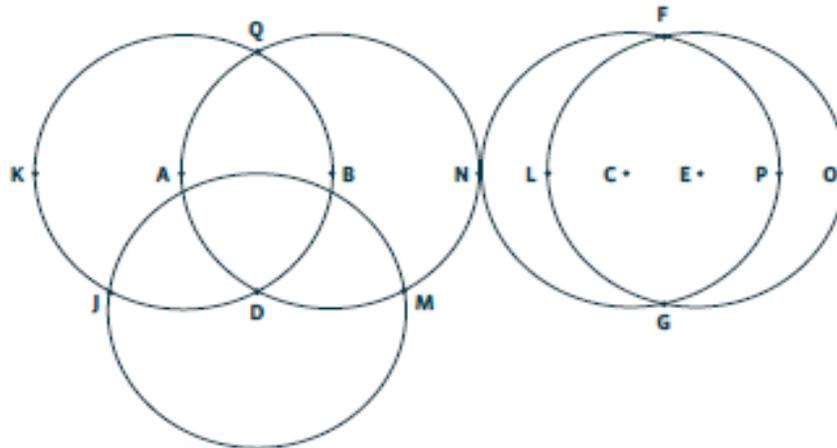
Diagonales perpendiculares	¿Se cortan en sus puntos medios?	¿Qué figura se forma?
Distintas	Solo una	
	Las dos	
	Ninguna	
Iguales	Solo una	
	Las dos	
	Ninguna	

Actividad 25 (propuesta por los docentes)

Se proponen las construcciones de circunferencias y círculos, identificando elementos. Posteriormente, con puntos exteriores e interiores se comparan sus distancias con respecto al radio. Se aprovecha esta actividad para el uso de elementos geométricos, tales como compás, escuadra, etc.

Actividad 26

- I. a) Copiá el dibujo siguiente sabiendo que todas las circunferencias tienen un radio de 2 cm. Tené en cuenta que, en el segmento KO están ubicados los puntos A, B, N, L, C, E y P. Y también considerá que P es punto medio de EO y L punto medio de NC.



- b) Indicá, usando las letras, dos segmentos que midan:

menos de 2cm	2cm	más de 2cm y menos de 4cm	4cm

- c) ¿Qué tipo de triángulos son los siguientes? ¿Por qué estás seguro?
ABD AJD FCE AQN KBD AQD
- d) Descubrí dos rombos distintos en el dibujo. Compará con tus compañeros los rombos que encontraste para ver si son los mismos. ¿Por qué están seguros de que son rombos? ¿Qué tipos de triángulos pueden formar un rombo?
- II. Leila dice que para construir un rombo solo necesita una regla y un compás. Sin embargo, Darío dice que sin compás, pero con una escuadra graduada, también se puede dibujar un rombo. ¿Es cierto lo que dicen? ¿Por qué?



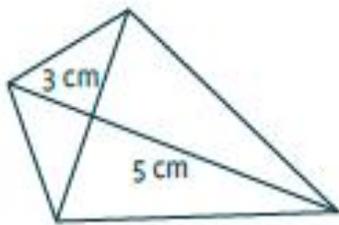
- a) Analizá los dibujos y explicá el procedimiento de Leila y el de Darío escribiendo “paso a paso” lo que realizan.
- b) Para dibujar un rombo de 4 cm de lado, ¿cuál de los procedimientos te conviene usar, el de Leila o el de Darío? La figura, ¿es única? ¿Por qué?
- c) Construí un romboide sabiendo que sus diagonales miden 6 cm y 4 cm. La figura, ¿es única? ¿Por qué?
- d) Escribí en qué se parecen y en qué son distintos los lados y las diagonales del rombo y el romboide.

Actividad 27

I.

- Dibujá "un cuadrilátero cuyas diagonales miden 3 y 5 cm de modo que cada una corte a la otra en el punto medio".
- ¿Podés asegurar que la figura que dibujaste es igual a la que hicieron tus compañeros sin verla? ¿Por qué?
- ¿Qué tipos de triángulos quedan determinados en cada figura por sus diagonales? ¿Algunos son iguales? ¿Por qué?

- II. a) Para que Mariana pudiera construir el romboide sin verlo, usando regla y escuadra, los chicos escribieron estos mensajes. ¿Qué información habría que agregarle a cada mensaje para que se pueda obtener el romboide dado?



Javier Las diagonales son perpendiculares, una mide 5 cm y la otra 3 cm.

Enriano Los lados son iguales dos a dos y las diagonales son perpendiculares.

Mariano Una diagonal mide 5 cm y la otra 3 cm. La mayor corta a la menor por la mitad.

III.

- Revisen todas las figuras que analizaron con las diagonales de 3 cm y 5 cm e identifiquen de qué cuadriláteros se trata. Pueden usar el compás para comprobar si hay lados iguales.
- Otros chicos que usaron regla y escuadra dijeron que con diagonales de 3 cm y 5 cm también se puede construir un trapecio. ¿Estás de acuerdo? ¿Por qué?

Actividad 28

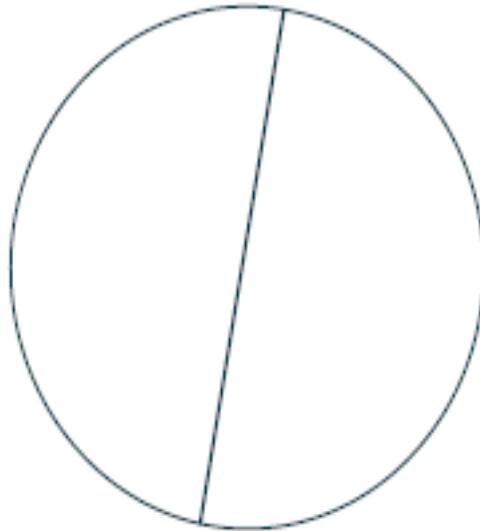
- a)** Considerá el siguiente segmento y dibujá, con regla y escuadra, un rectángulo que tenga a ese segmento como diagonal.



- b)** Dibujá otro rectángulo, usando ese mismo segmento como diagonal.
- c)** ¿Cuántos rectángulos distintos podrías dibujar?
- d)** Javier dice que no hace falta la regla, que ubicando bien la escuadra se pueden hacer dos triángulos iguales para formar el rectángulo. Emiliano dice que la regla hace falta porque si no, no se pueden trazar las paralelas. ¿Podrían tener razón los dos? ¿Por qué?

Actividad 29

- a) Dibujá un cuadrilátero de modo que el diámetro AB de la circunferencia siguiente sea una diagonal y que los vértices queden sobre la circunferencia.



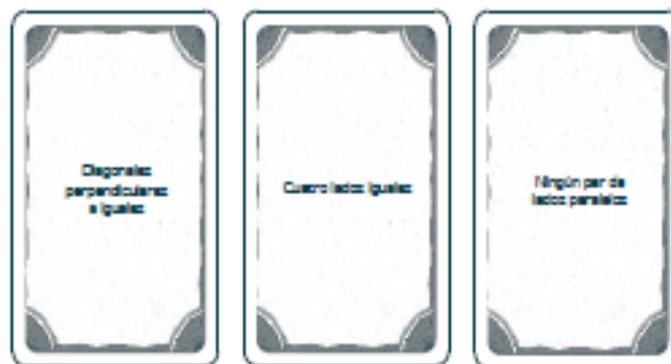
- b) Dibujá otros dos cuadriláteros inscriptos en la circunferencia. ¿Puedes asegurar que tipos de cuadriláteros son?
- c) Si alguien afirma que en la construcción anterior obtuvo un romboide, ¿pueden decidir si está en lo cierto o no sin mirar su dibujo? ¿Por qué?
- d) ¿Y si afirma que obtuvo un rombo?

Actividad 30

Para jugar, formen grupos de cuatro integrantes. Van a necesitar un mazo de cartas con propiedades, papel liso y lápiz para dibujar.

Se mezclan las cartas y se reparten dos a cada jugador. Cada jugador analiza sus tarjetas y dibuja “a mano alzada” un cuadrilátero que cumpla con las propiedades de las tarjetas. Cuando todos terminan (se puede poner un tiempo límite) se muestran los dibujos al grupo.

Si los dibujos son válidos, cada jugador obtiene un punto por cada carta tenida en cuenta y si cumple las propiedades de las dos tarjetas el jugador tiene 2 puntos. Si sólo cumple las propiedades de una de las tarjetas tiene un punto. Se juegan varias vueltas y al terminar gana el que obtuvo más puntos.



Para pensar después de jugar:

*Mariano dice que le tocaron “diagonales perpendiculares e iguales”, dibujó un cuadrado y ganó 2 puntos. ¿Qué otra carta pudo haber sacado? ¿Por qué?

*Javier dice que él sabe mucho de cuadriláteros, pero que cuando le tocó “cuatro lados iguales” y “ningún par de lados paralelos” era imposible sacar dos puntos. ¿Es cierto lo que dice? ¿Por qué?

Actividad 31

a) Jugando con 4 cartas Martina dibujó un rectángulo y tenía las propiedades siguientes.

Todos sus ángulos iguales

Dos pares de lados opuestos iguales

Diagonales perpendiculares e iguales

Al menos un par de lados paralelos

Si usó todas las cartas posibles, ¿qué puntaje sacó?

b) Rosario también dibujó un rectángulo pero tenía cartas con estas propiedades, ¿qué puntaje sacó?

Un par de lados opuestos iguales

Sólo un ángulo recto

Un par de lados consecutivos perpendiculares

Ningún par de lados consecutivos iguales

c) ¿Podía Martina dibujar otra figura y sacar más puntaje? ¿Y Rosario?

d) Rosario y Martina no se ponen de acuerdo con los puntajes

Martina dice que un rectángulo no tiene “un par de lados opuestos iguales”, que tiene dos. Rosario dice que si no dice “sólo un par de lados opuestos iguales” puede haber más de un par de lados paralelos y que es lo mismo que decir “al menos un par de lados opuestos iguales”.

¿Con quién estás de acuerdo? ¿Por qué?

Actividad 32

a) Completá las siguientes afirmaciones:

- En un conjunto de cuadriláteros cuyas diagonales son iguales puede haber un
- En un conjunto de cuadriláteros cuyos lados paralelos son iguales puede haber un.....

b) Considerá las siguientes afirmaciones y decidí si estás de acuerdo o no con lo que dicen los chicos.



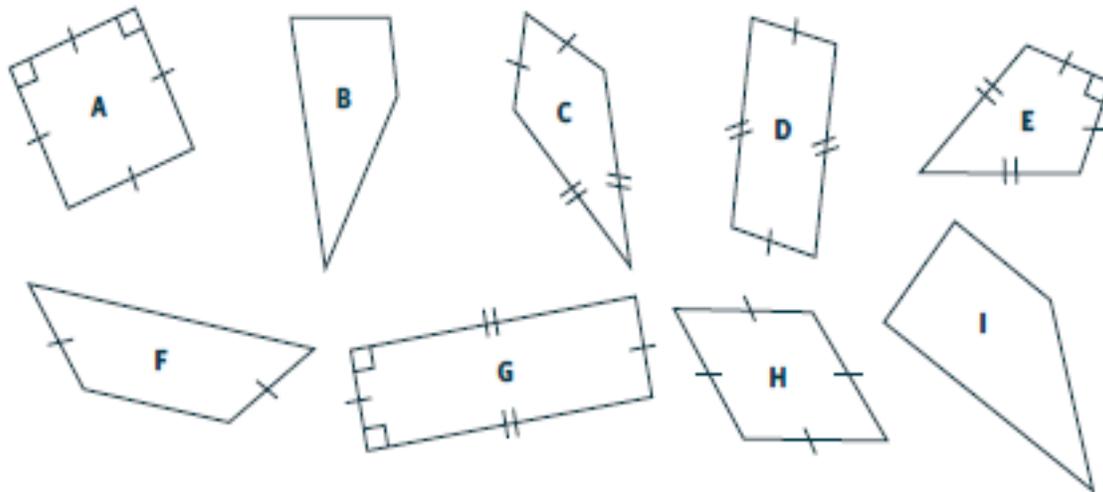
c) Respondé: siempre, a veces, o nunca y explicá por qué.

- Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados iguales ¿es un rectángulo?
- Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados consecutivos iguales ¿es un rombo?
- Un cuadrilátero que tiene dos pares de lados opuestos iguales ¿es un rectángulo?

d) ¿Es cierto que los rectángulos son todos cuadrados? ¿Y que los cuadrados son todos rectángulos? Justificá tus respuestas.

Actividad 33

c) Ubicá las letras que corresponden a las figuras siguientes en el cuadro.
(con información sobre lados, diagonales y ángulos en las figuras)



	Diagonales perpendiculares y se cortan en sus puntos medios		Diagonales no perpendiculares y se cortan en sus puntos medios	
	Diagonales iguales	Diagonales distintas	Diagonales iguales	Diagonales distintas
4 lados iguales y 4 ángulos iguales				
4 lados iguales y 2 pares de ángulos iguales				
2 pares de lados iguales y 4 ángulos iguales				
2 pares de lados iguales y 2 pares de ángulos iguales				

d) ¿Qué datos necesitás y qué instrumentos de geometría para construir una única figura cuando es un:

- cuadrado
- rectángulo
- rombo
- romboide

e) ¿Tendría que repasar algo más para poder resolver situaciones donde debas usar propiedades de los cuadriláteros?

Actividad 34²

¿Cómo nos damos cuenta de que dos conjuntos de datos permiten construir figuras distintas o no?

PROBLEMA 1

a. Daniel y Lucía reciben un dibujo de un triángulo y deben describirlo. Lucía dice que tiene una base de 5 cm y los ángulos de la base son de 60° cada uno, mientras que Daniel se refiere a su triángulo como equilátero de 5 cm de lado.

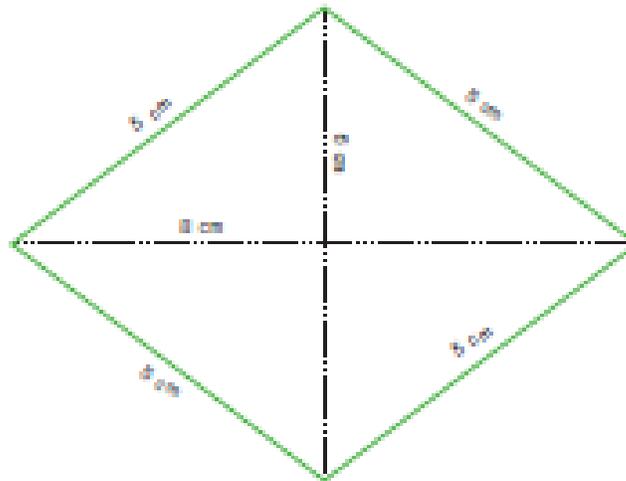
¿Lucía y Daniel recibieron el mismo dibujo o están ante dos triángulos distintos? ¿Por qué?

b. Daniel construye un rectángulo de 4 cm de base y 3 cm de altura y Lucía diseña un rectángulo de 4 cm de base y 5 cm de diagonal. Lucía dice que su rectángulo va a quedar más alto. ¿Pensás que tiene razón? ¿Por qué?

PROBLEMA 2

Redactá un instructivo para construir la siguiente figura teniendo en cuenta:

- Las diagonales.
- Sus lados y un ángulo interior.
- Una diagonal y un lado.
- Proponé una forma diferente a las anteriores.



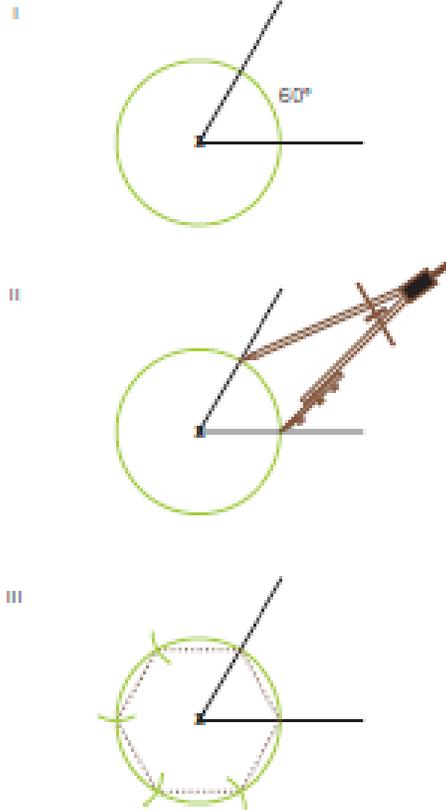
² Entre el nivel primario y el nivel secundario: una propuesta de articulación. Masine, B; Cortéz, M; Chemellio, G. Bs. As. Ministerio de Educación de la Nación, 2010.

Actividad 35

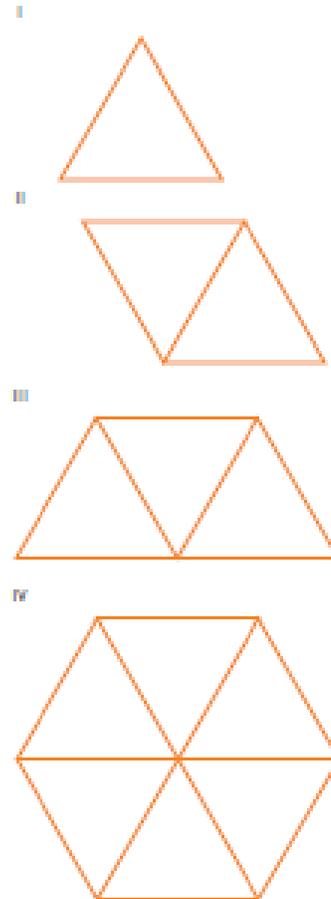
PROBLEMA 3

Cuatro alumnos discuten acerca de los pasos que hay que seguir para construir un exágono regular. ¿En qué se basa cada uno para afirmar que la figura que obtiene tiene los lados y los ángulos congruentes?

Cecilia realizó el cálculo $360^\circ : 6 = 60^\circ$, dibujó un ángulo de 60° con vértice en el centro de una circunferencia, tomó con el compás la distancia entre los puntos en los que los lados del ángulo cruzan a la circunferencia y usó esa abertura para marcar, en forma consecutiva, los vértices restantes. Finalmente, unió los seis puntos obtenidos.



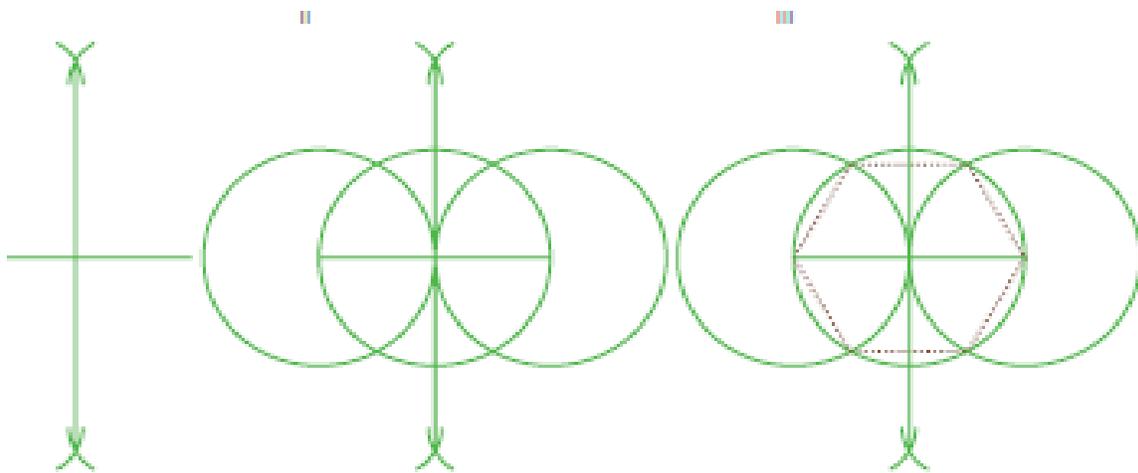
Sasha comenzó dibujando un triángulo equilátero. A partir de él continuó con un segundo triángulo equilátero congruente con el anterior, luego agregó un tercero y un cuarto, un quinto y un sexto.



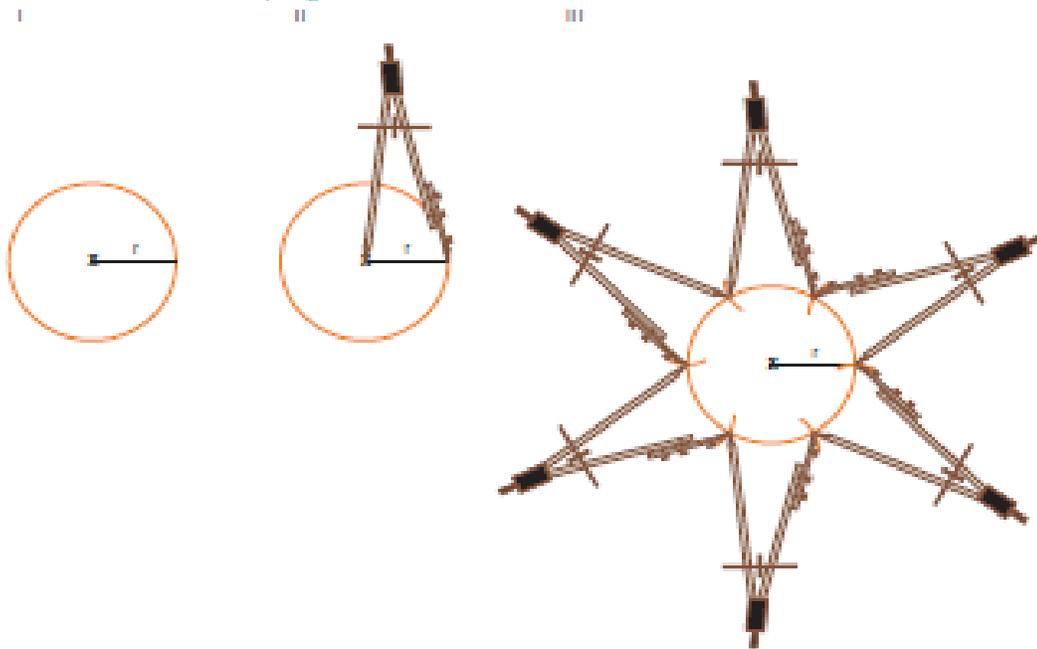
Los docentes aportan que antes de esta actividad, se deberían incluir los ejercicios identificados como 34 bis, 35 bis, 36 bis y 37 bis.

Actividad 36

|| Nahuel, primero, dibujó un segmento y trazó su mediatriz. Luego, con la medida de medio segmento como radio, dibujó tres circunferencias y usó los puntos en los que se cortaron las circunferencias como vértices del exágono.



|| Silvana dibujó una circunferencia y, a partir de su radio, obtuvo los vértices de su polígono.



Actividad 37

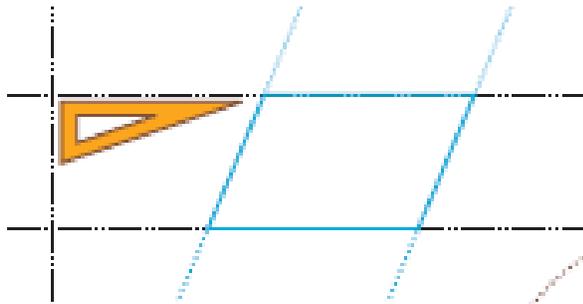
PROBLEMA 1

- Si dos instructivos para construir figuras geométricas difieren entre sí, ¿las figuras que se obtienen son necesariamente distintas?
- Dada una figura, ¿existe una única forma de describirla?
- Dibuja una figura y reférrte a ella al menos de dos formas diferentes.

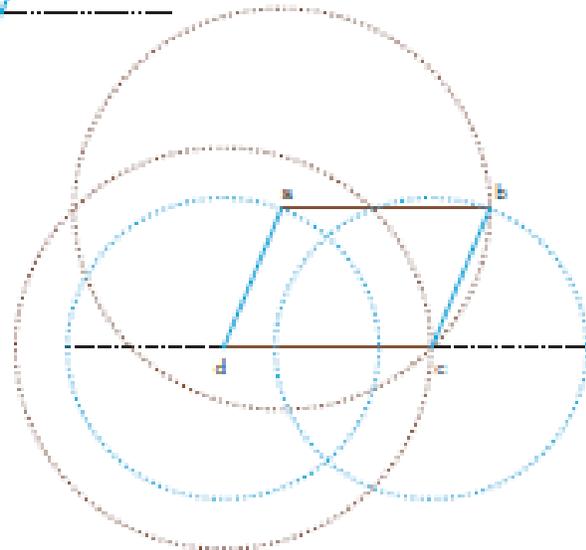
PROBLEMA 2

- Registra las conclusiones a las que llegaste en el problema 1.

Los diferentes pasos que seguimos en una construcción geométrica responden a la aplicación de distintas propiedades. Por ejemplo, si tomamos la regla y la escuadra para construir un paralelogramo, podemos recurrir al trazado de líneas paralelas. Si contamos solo con regla y compás, podemos recurrir al trazado de circunferencias, tomando como radio la medida de los lados.



En el primer caso, el paralelogramo es concebido como un cuadrilátero de lados opuestos paralelos; mientras que en el segundo caso, el paralelogramo es concebido como un cuadrilátero de lados opuestos congruentes.



Actividad 34 bis

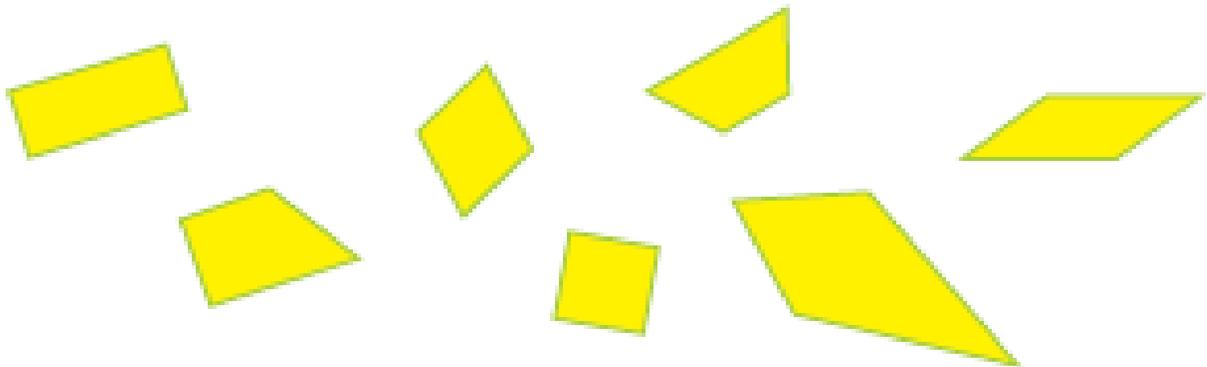
¿Qué propiedades caracterizan a las distintas clases de figuras?

a. En un juego de mensajes, Rocio, Esteban y Matías discutan acerca de cómo dibujar la figura que, según en el texto, debía ser un cuadrilátero cuyas diagonales midieran 8 cm.

Rocio dijo que tenían que hacer un rectángulo, porque el rectángulo tiene diagonales de igual medida. Matías dijo que también podría ser un romboide o un trapecio. Pablo dijo que podría ser un paralelogramo pero que no puede ser romboide, porque los romboides tienen una diagonal más larga que la otra. ¿Con quién estás de acuerdo? ¿Por qué?

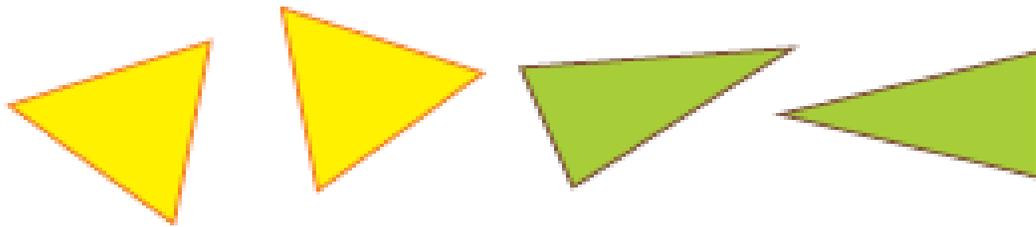
b. Si en el mensaje se hubiera pedido que las diagonales fueran perpendiculares, los chicos, ¿podrían haber pensado en las mismas figuras? ¿Por qué?

c. ¿Y si se hubiera pedido que las diagonales midieran 8 cm y además fueran perpendiculares?



Actividad 35 bis

a. ¿Cuántos cuadriláteros diferentes se pueden formar con dos triángulos equiláteros? ¿Y si los triángulos son isósceles?



b. En ambos casos, los cuadriláteros que se obtienen tienen lados congruentes. ¿Por qué?

c. ¿Qué se puede afirmar acerca de la congruencia de los ángulos de los cuadriláteros que se forman?

d. ¿Cómo cambian las respuestas a las preguntas anteriores si los dos triángulos que se combinan para formar los cuadriláteros son escalenos?

Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas a veces, siempre o nunca.

a. Si un cuadrilátero tiene los cuatro lados de igual medida, entonces es un cuadrado.

b. Si las diagonales dividen al cuadrilátero en cuatro triángulos congruentes, entonces es un cuadrado.

c. Si un triángulo es equilátero, entonces es acutángulo.

d. Si un triángulo es acutángulo, entonces es equilátero.

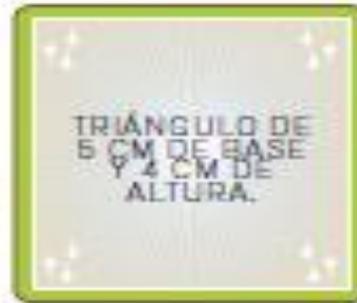
e. Si un triángulo tiene todos sus lados congruentes, entonces sus tres ángulos también son congruentes.

f. Si un cuadrilátero tiene todos sus lados congruentes, entonces sus cuatro ángulos también son congruentes.

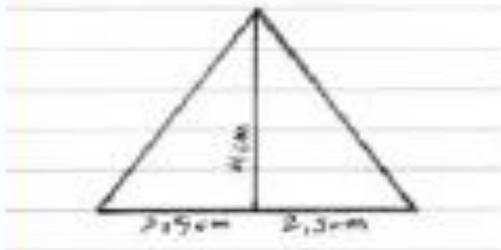


Actividad 36 bis

a. En un juego de mensajes, Paula y César recibieron una tarjeta con el siguiente texto:

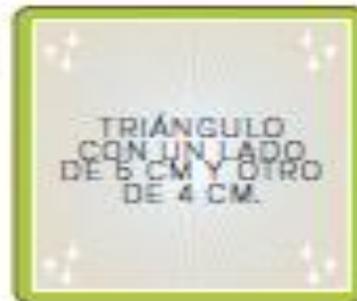


Paula dijo que hay que buscar el punto medio de la base y dibujar en él una perpendicular de 4 cm de largo. Luego, unir el extremo libre de la altura con los dos extremos libres de la base, de este modo:



César dijo que se pueden dibujar muchísimos triángulos.
¿Quién tiene razón? ¿Por qué?

b. Si la tarjeta que recibieron los chicos hubiera sido esta, ¿cuántos triángulos se podrían dibujar?

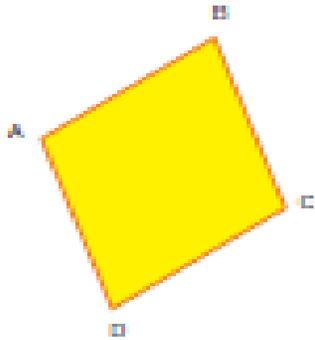


Considerando un lado de 5 cm y otro de 4 cm, se pueden dibujar tantos paralelogramos como se desee. ¿Qué dato podrías agregar para que el paralelogramo sea único?



Actividad 37 bis

a. Considerá un rombo ABCD, no cuadrado, y escribí 3 afirmaciones que sean verdaderas y 3 que sean falsas. En cada caso, justificá las razones de tu decisión. Por ejemplo:



Los segmentos AB y DC son paralelos.	Verdadero, porque los rombos son paralelogramos.
Los ángulos A y B son congruentes.	Falso, porque son suplementarios y ninguno mide 90°.

b. Considerá ahora las siguientes afirmaciones sobre el cuadrilátero MNOP. ¿Podrías asegurar de qué figura se trata?

Los segmentos MN y OP son paralelos.	Falso
Las diagonales NP y MO se cortan en sus puntos medios.	Falso
Las diagonales NP y MO son perpendiculares.	Verdadero
Los segmentos MN y NO son congruentes.	Verdadero
Los ángulos opuestos M y O son congruentes.	Verdadero

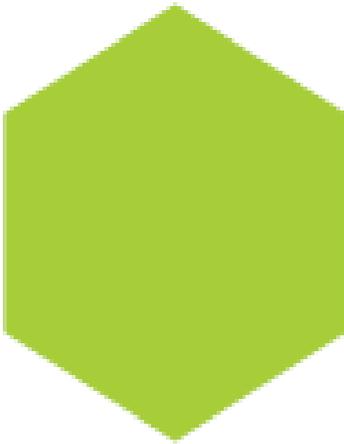
c. Sabiendo que el cuadrilátero FGHI es un paralelogramo (FG es paralelo a HI y F es opuesto a H) decidí si las siguientes expresiones son verdaderas, si son falsas o si no podés establecer su validez. En este último caso, registrá qué información necesitarías conocer para poder hacerlo.

- FI es paralelo a GH.
- FH es congruente con GI.
- F es congruente con G.
- F es congruente con H.
- FH es perpendicular a GI.
- FH y GI no se cortan en sus puntos medios.

Actividad 38

Patricia y Jazmín discuten acerca de cómo construir polígonos regulares.

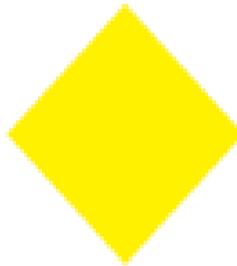
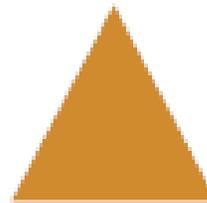
a. Patricia dice que hay que dibujar tantos triángulos equiláteros como lados tenga el polígono, haciendo coincidir un vértice. Jazmín dice que no, que los triángulos pueden ser isósceles. ¿Alguna de ellas tiene razón? ¿Cuál? ¿Por qué?



b. Jazmín dice que ella hizo un polígono regular, combinando triángulos rectángulos. ¿Qué figura pudo haber dibujado?

Señala si las siguientes afirmaciones son verdaderas a veces, siempre o nunca.

- a. Si un polígono es regular, entonces tiene todos sus lados congruentes.
- b. Si un polígono es irregular, entonces no tiene lados congruentes.
- c. Si un polígono tiene todos sus lados congruentes, entonces es regular.



Actividad 39

En muchas ocasiones, pensamos que una propiedad que vale para una figura también vale para todas las que tienen algo en común con esa figura. Esto pasa porque cuando una variedad de figuras distintas tiene una misma propiedad, podemos agruparlas en una clase de figuras. Por ejemplo: los paralelogramos, los rombos, los rectángulos, los cuadrados, son todos trapecios, pues tienen un par de lados paralelos. Sin embargo, esa clase propiedades vale para algunas figuras y no para otras.

PROBLEMA 1

Hacé una lista con todas las propiedades que usaste al resolver los problemas 1 a 8 de este apartado y, para cada propiedad, elegí un ejemplo de una figura para la que valga esa propiedad y otra para la que no valga.

PROBLEMA 2

Para cada una de las siguientes afirmaciones, buscá un ejemplo que sirva para justificar que esa afirmación es falsa.

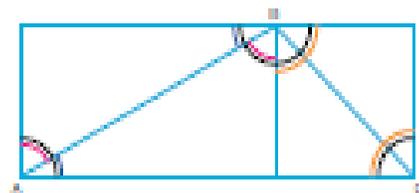
- Todos los romboides tienen sus diagonales distintas.
- Si un cuadrilátero tiene sus ángulos congruentes, los lados también son congruentes.
- Los cuadriláteros que tienen ángulos opuestos congruentes, tienen lados paralelos.

PROBLEMA 3

¿Para qué figuras es posible afirmar que si los lados son congruentes, entonces los ángulos también lo son?

Si un triángulo tiene dos ángulos que miden 40° y 50° se puede saber cuánto mide el otro ángulo. Pero si se sabe que un cuadrilátero tiene un ángulo de 40° y otro de 50° , solo podemos decir que la suma de los otros dos ángulos es 90° . Según la forma de la figura, estos ángulos podrían ser congruentes o no.

En todos los triángulos, la suma de ángulos interiores es 180° . Esta propiedad es válida para todos los triángulos y, a su vez, distingue al triángulo de otros polígonos, ya que si estamos ante un polígono cuya suma de ángulos interiores no da 180° , podemos afirmar que no es un triángulo.



Actividad 40

Seguramente, ya habrás calculado muchas veces el área y el perímetro de triángulos y cuadriláteros y también de otras figuras. Ahora vas a analizar qué vale y qué no, cuando variamos algunas medidas o cuando varían las figuras.

Si se conoce el perímetro de un cuadrado, se puede calcular su área. Si la figura fuera un rectángulo, ¿también es posible hacerlo?

¿Siempre es cierto que si aumenta el perímetro de una figura, también aumenta el área?

Si el lado de un rectángulo aumenta 1 cm, ¿cuánto aumenta el perímetro?, ¿y el área?

¿Cómo cambian el perímetro y el área de una figura cuando cambian su forma o sus medidas?

PROBLEMA 1

- Si un cuadrado tiene un perímetro de 24 cm, ¿cuál es su área?
- Si un rectángulo, tiene un perímetro de 24 cm, ¿cuál podría ser su área?
- Saber la longitud de los lados de un cuadrilátero, ¿permite calcular su área con las fórmulas que conocés siempre o a veces? ¿Y qué sucede con un triángulo?

PROBLEMA 2

- ¿Cuántos triángulos se pueden dibujar con un perímetro de 12 cm? ¿Y con un perímetro de 17 cm?
- Leé las afirmaciones de cada uno de estos chicos y contestá con quién estás de acuerdo y por qué.

Con el primer perímetro hice un triángulo de 4 cm, pero con el otro no me sale.

Yo hice un triángulo de 5, 4 y 3 cm de lado. Para el de 17 cm hay muchas opciones: 4, 6 y 7 cm ó 5, 5 y 7 cm ó 6, 8 y 5 cm.

Yo puedo encontrar tantos triángulos como quiera.



- ¿Cuántos rectángulos distintos se pueden dibujar que tengan 22 cm de perímetro? ¿Todos ellos poseen igual área?

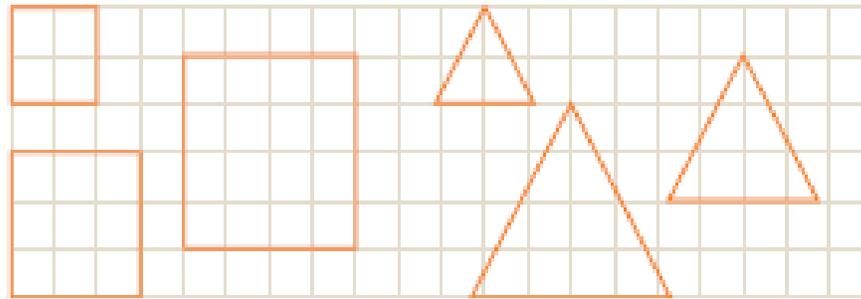
Actividad 41

PROBLEMA 3

Los chicos discuten ahora acerca de cómo cambia el área de una figura cuando cambia su perímetro.

a. Juan dice que cuando aumenta el perímetro, aumenta el área y Julia dice que ella fue agregando cuadrados y que el perímetro del rectángulo va aumentando de a 3 y el área aumenta de a 1, así que aumenta. Para justificar sus afirmaciones, mostraron estos dibujos.

JUAN



JULIA



¿Sirven los ejemplos de Juan y Julia para asegurar que siempre que aumenta el perímetro de una figura aumenta su área? ¿Por qué?

b. ¿Es cierto que si a un rectángulo se le resta un centímetro de la base y se le suma un centímetro de la altura, su área y su perímetro no cambian? ¿Por qué? ¿Existe algún caso particular en que se cumpla?

PROBLEMA 4

a. Un grupo de alumnos buscaron rectángulos que posean área 36. Uno de los chicos propuso una base de 9 cm y una altura de 4 cm. Otro propuso una base de 12 cm y una altura de 3 cm. Una chica propuso una base de 36 cm y altura de 1 cm. Y otra propuso invertir los datos, por ejemplo base de 1 cm y altura de 36 cm.

Cuando una chica propuso un cuadrado de 6 cm x 6 cm, sus compañeros no estuvieron de acuerdo, dijeron que no es rectángulo, que es un cuadrado. ¿Estás de acuerdo con la objeción? ¿Por qué?

b. El maestro propone la siguiente duda: ¿podrá tener el rectángulo un lado de 8 cm? ¿Cuánto tendría que medir el otro lado?